Florin Antohe Marius Antonescu
Gheorghe Iacoviță

FIȘE DE LUCRU DIFERENȚIATE

ALGEBRĂ, GEOMETRIE
Clasa a VI-a

Partea a II-a

Cartea Românească
EDUCAȚIONAL

Planificare calendaristică

An şcolar 2018 – 2019
Şcoala ....
Disciplina: Matematică
Clasa a VI-a
Nr. săptămâni pe sem. II: 16; Total ore: 64 (2 ore/săpt. Algebră; 2 ore/săpt. Geometrie)
Profesor ....

Resp. Comisie Metodică
Director

Planificare calendaristică – Semestrul al II-lea
ALGEBRĂ

Unitatea de învăţare	Competenţe specifice	Conţinuturi	Nr. ore	Săptămâna
Mulţimea numerelor întregi	*CG1.3. identificarea caracteristicilor numerelor întregi în contexte variate* *CG2.3. utilizarea operaţiilor cu numere întregi pentru rezolvarea ecuaţiilor şi inecuaţiilor* *CG3.3. aplicarea regulilor de calcul şi folosirea parantezelor în efectuarea operaţiilor cu numere întregi* *CG4.3. redactarea etapelor de rezolvare a ecuaţiilor şi a inecuaţiilor studiate în mulţimea numerelor întregi* *CG5.3. interpretarea unor date din probleme care se rezolvă utilizând numere întregi* *CG6.3. transpunerea în limbaj algebric a unei situaţii date, rezolvarea ecuaţiei sau inecuaţiei obţinute şi interpretarea rezultatului*	▪ Mulţimea numerelor întregi; opusul unui număr întreg; reprezentarea pe axa numerelor; modulul unui număr întreg; compararea şi ordonarea numerelor întregi (FIŞA 1) ▪ Adunarea numerelor întregi, proprietăţi (FIŞA 2) ▪ Scăderea numerelor întregi (FIŞA 3) ▪ Probă de evaluare ▪ Înmulţirea numerelor întregi, proprietăţi (FIŞA 4) ▪ Împărţirea numerelor întregi când deîmpărţitul este multiplu al împărţitorului (FIŞA 5) ▪ Puterea cu exponent număr natural a unui număr întreg nenul (FIŞA 6) ▪ Reguli de calcul cu puteri (FIŞA 7) ▪ Ordinea efectuării operaţiilor şi folosirea parantezelor (FIŞA 8) ▪ Probă de evaluare ▪ Ecuaţii şi Inecuaţii în $\mathbb{Z}$ (FIŞA 9) ▪ Probleme care se rezolvă cu ajutorul ecuaţiilor/inecuaţiilor în $\mathbb{Z}$ (FIŞA 10) ▪ Probă de evaluare	2 2 2 1 1 1 1 2 2 1 1 1 1	S1 S2 S3 S4 S4 S5 S5 S6 S7 S8 S8 S9 S9
Mulţimea numerelor raţionale	*CG1.4. recunoaşterea fracţiilor echivalente, a fracţiilor ireductibile şi a formelor de scriere a unui număr raţional* *CG2.4. aplicarea regulilor de calcul cu numere raţionale pentru rezolvarea ecuaţiilor* *CG3.4. utilizarea proprietăţilor operaţiilor pentru*	▪ Număr raţional; mulţimea numerelor raţionale; reprezentarea numerelor raţionale pe axa numerelor (FIŞA 11) ▪ Opusul unui număr raţional; modulul; compararea şi ordonarea numerelor raţionale (FIŞA 12) ▪ Adunarea şi scăderea numerelor raţionale; proprietăţi (FIŞA 13) ▪ Înmulţirea numerelor raţionale; proprietăţi (FIŞA 14) ▪ Împărţirea numerelor raţionale (FIŞA 15)	1 1 1 1 1	S10 S10 S11 S11 S12

	comparerea şi efectuarea calculelor cu numere raţionale *CG4.4. redactarea etapelor de rezolvare a unor probleme, folosind operaţii în mulţimea numerelor raţionale* *CG5.4. determinarea unor metode eficiente în efectuarea calculelor cu numere raţionale*	▪ Puterea cu exponent număr întreg a unui număr raţional nenul. Reguli de calcul cu puteri (FIŞA 16) ▪ Probă de evaluare ▪ Ordinea efectuării operaţiilor şi folosirea parantezelor (FIŞA 17)	1 1 1	S12 S13 S13
Lucrare scrisă semestrială		▪ Pregătirea lucrării scrise ▪ Lucrare scrisă	1 1	S14 S14
Mulţimea numerelor raţionale	*CG6.3. transpunerea în limbaj algebric a unei situaţii date, rezolvarea ecuaţiei sau inecuaţiei obţinute şi interpretarea rezultatului* *CG6.4. interpretarea matematică a unor probleme practice prin utilizarea operaţiilor cu numere raţionale*	▪ Ecuaţii de tipul: $x + a = b$, $x \cdot a = b$, $x : a = b$, $ax + b = c$, unde a, b şi c sunt numere raţionale (FIŞA 18) ▪ Probleme care se rezolvă cu ajutorul ecuaţiilor în $\mathbb{Q}$ (FIŞA 19)	1 1	S15 S15
Recapitularea şi consolidarea cunoştinţelor		▪ Exerciţii şi probleme recapitulative	2	S16

GEOMETRIE

Unitatea de învăţare	Competenţe specifice	Conţinuturi	Nr. ore	Săptămâna
Triunghiul	*CG1.6. recunoaşterea şi descrierea unor proprietăţi ale triunghiurilor în configuraţii geometrice date* *CG2.6. calcularea unor lungimi de segmente şi a unor măsuri de unghiuri utilizând metode adecvate* *CG3.6. utilizarea criteriilor de congruenţă şi a proprietăţii unor triunghiuri particulare pentru determinarea caracteristicilor unei configuraţii geometrice* *CG4.6. exprimarea în limbaj geometric simbolic şi figurativ a caracteristicilor triunghiurilor şi ale liniilor importante în triunghi* *CG5.6. analizarea unor construcţii geometrice în vederea evidenţierii unor proprietăţi ale triunghiurilor* *CG6.6. transpunerea, în*	▪ Bisectoarele unghiurilor unui triunghi: concurenţa (fără demonstraţie), cercul înscris în triunghi (FIŞA 1) ▪ Mediatoarele laturilor unui triunghi: concurenţa (fără demonstraţie), cercul circumscris unui triunghi (FIŞA 2) ▪ Înălţimile unui triunghi: definiţie, construcţie, concurenţă (fără demonstraţie) (FIŞA 3) ▪ Medianele unui triunghi: definiţie, construcţie, concurenţă (fără demonstraţie) (FIŞA 4) ▪ Probă de evaluare ▪ Congruenţa triunghiurilor oarecare: criterii de congruenţă a triunghiurilor: L.U.L., U.L.U., L.L.L. (FIŞA 5) ▪ Criteriile de congruenţă a triunghiurilor dreptunghice: C.C., I.C., C.U., I.U. (FIŞA 6) ▪ Metoda triunghiurilor congruente: proprietatea punctelor de pe bisectoarea unui unghi/mediatoarea unui segment (FIŞA 7)	2 2 2 2 1 2 2 3	S1 S2 S3 S4 S5 S5 – S6 S6 – S7 S7 – S8

	limbaj specific, a unei situaţii date legate de geometria triunghiului, rezolvarea problemei obţinute şi interpretarea rezultatului	▪ Probă de evaluare ▪ Proprietăţi ale triunghiului isoscel (FIŞA 8) ▪ Proprietăţi ale triunghiului echilateral (FIŞA 9) ▪ Proprietăţi ale triunghiului dreptunghic (cateta opusă unghiului de 30º, mediana corespunzătoare ipotenuzei – teoreme directe şi reciproce) (FIŞA 10) ▪ Probă de evaluare ▪ Teorema lui Pitagora (fără demonstraţie). Verificări de triplete de numere pitagoreice, determinarea de lungimi folosind pătratele unor numere naturale (FIŞA 11)	1 2 2 2 1 2	S9 S9 – S10 S10 – S11 S11 – S12 S12 S13
Recapitularea şi consolidarea cunoştinţelor		▪ Exerciţii şi probleme recapitulative	6	S14 – S16

Fișe de lucru diferențiate, pe lecții

FIȘA DE LUCRU NR. 1

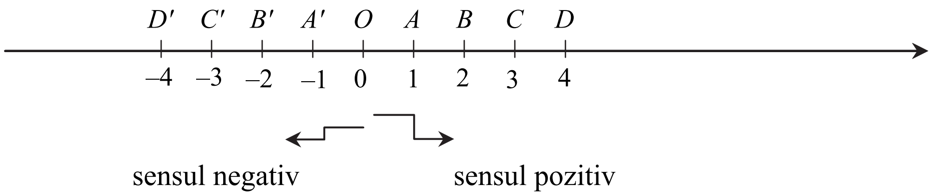
MULȚIMEA NUMERELOR ÎNTREGI; OPUSUL UNUI NUMĂR ÎNTREG; REPREZENTAREA PE AXA NUMERELOR; MODULUL UNUI NUMĂR ÎNTREG; COMPARAREA ȘI ORDONAREA NUMERELOR ÎNTREGI

Înțeleg!

Mulţimea numerelor întregi se notează cu $\mathbb{Z}$: $\mathbb{Z} = \{..., -3; -2; -1; 0; 1; 2; 3; ...\}$.

Dacă numărul este precedat de simbolul „+”, spunem că ***numărul întreg este pozitiv***, iar dacă este precedat de simbolul „–”, spunem că ***numărul întreg este negativ***.

Axa numerelor este o dreaptă pe care fixăm un punct ***O***, numit ***origine***, un sens indicat de săgeată, numit ***sens pozitiv***, şi o ***unitate de măsură***.



Valoarea absolută sau ***modulul*** unui număr întreg reprezintă distanţa de la origine până la poziţia acestuia pe axa numerelor.

Exemple: Valoarea absolută sau modulul numărului –2 este 2 şi vom scrie:
$|-2| = 2$; valoarea absolută a lui +3 este 3 şi se scrie $|+3| = 3$; valoarea absolută a lui 0 este 0 şi scriem $|0| = 0$.

Valoarea absolută fiind o distanţă, este totdeauna nenegativă, adică: $|\boldsymbol{a}| \geq \boldsymbol{0}$, oricare ar fi $\boldsymbol{a} \in \mathbb{Z}$.

Definiţia anterioară se poate transpune sub forma: $|a| = \begin{cases} a, \text{dacă } a > 0 \\ 0, \text{dacă } a = 0 \\ -a, \text{dacă } a < 0 \end{cases}$.

Opusul unui număr întreg se obţine schimbând semnul din faţa numărului.

Exemplu: Opusul lui (–3) este +3 = 3; opusul lui 4 este –4.

Ordonarea numerelor întregi

- Numărul întreg 0 este mai mic decât orice număr întreg pozitiv.
- Dintre două numere întregi pozitive este mai mare acela care are valoarea absolută mai mare.
- Numărul întreg 0 este mai mare decât orice număr întreg negativ.
- Dintre două numere întregi negative este mai mare acela care are valoarea absolută mai mică.
- Orice număr întreg pozitiv este mai mare decât orice număr întreg negativ.

Între două numere întregi oarecare a şi b există numai una dintre relaţiile:
$a < b$, $a = b$, $a > b$.

Spunem că mulţimea ***numerelor întregi*** $\mathbb{Z}$ ***este ordonată***.

Orice număr întreg are un ***predecesor*** şi un ***succesor***.

Nu există un număr întreg care să fie cel mai mic şi nici un număr întreg care să fie cel mai mare. Spunem că ***mulţimea numerelor întregi este infinită***.

Exemple: $-3 < -1$; $0 > -2$; $1 > -4$; $3 > 1$.

Exersăm!

1. Reprezintă pe axă numerele: –2; +3; 0; –4; 4; 5.

2. Scrie opusul numerelor: +3; –5; 0; +108; –112.

3. Scrie valorile absolute (modulele) numerelor de la exercițiul **2**.

4. Determină elementele mulțimilor:
a) $A = \{x \in \mathbb{Z} \,/\, -2 \leq x < 2\}$; **b)** $B = \{x \in \mathbb{Z}^* \,/\, |x| \leq 1\}$.

5. Compară numerele:
a) +3 și +2; **b)** +1 și –1; **c)** –3 și –5;
d) –21 și –19; **e)** 0 și –8; **f)** |–9| și 10;
g) |–3| și |+3|; **h)** –7 și – |–7|; **i)** |+5| și |–5|.

Fixăm!

1. Fie mulțimea $M = \{-4; +2; -3; +\frac{6}{2}; -1; 0\}$. Determină mulțimile:
a) $M \cap \mathbb{N}$; **b)** $M \cap \mathbb{Z}$; **c)** $M - \mathbb{N}$; **d)** $M - \mathbb{Z}$.

2. Ordonează crescător numerele: +6; –5; –8; +4; 0; –3; +2.

3. Ordonează descrescător numerele: –9; +7; +5; –7; –21; +14.

4. Determină elementele mulțimilor: $A = \{x \in \mathbb{Z} \,/\, -3 < x \leq 1\}$; $B = \{x \in \mathbb{Z}^* \,/\, |x + 1| < 4\}$.

5. **Activitate în echipă.** Scrieți:
a) cel mai mic număr întreg de 2 cifre diferite; **b)** cel mai mare număr întreg negativ de 3 cifre;
c) cel mai mic număr întreg de 3 cifre diferite; **d)** cel mai mic număr întreg negativ de 2 cifre identice;
e) cel mai mic număr întreg negativ de 3 cifre; **f)** cel mai mare număr întreg de 2 cifre.

Verificăm!

1. Determină elementele mulțimilor:
a) $A = \{x \in \mathbb{Z} \,/\, |2x - 1| \leq 3\}$; **b)** $B = \{x \in \mathbb{Z} \,/\, |3x + 1| < 2\}$.

2. Ordonează crescător numerele:
a) –5; +2; 0; –3; 1; –2; +4; **b)** –12; |–8|; +5; –7; 6; –|–10|; 2.

3. Ordonează descrescător numerele:
a) –6; +4; 3; –2; 0; –4; 1; **b)** +|–17|; |–23|; 19; –29; 24.

4. Efectuează:
a) $|-3| + |-2|$; **b)** $|-4| : 2 + |-5| - 1$; **c)** $|-8| : |-2| - |-3| \cdot |-1|$;
d) $(|8 - 6| + |7 - 4|) : |-5|$; **e)** $(|-4| + |-5|) : |-3|$; **f)** $124 : |-3| - |-5| \cdot |-8|$.

5. Determină numărul întreg x, știind că:
a) $x = |3^3 - 5^2|$; **b)** $x = |12^{22} - (29 \cdot 5)^{11}|$; **c)** $x = |3^{42} - 2^{63}|$;
d) $x = |8^{12} - 4^{19}|$; **e)** $x = |9^{42} - 8^{49}|$; **f)** $x = |6^{54} - 8^{36}|$.

(***MĂ AUTOAPRECIEZ: ....***) (***NOTA PROFESORULUI: ....***)

FIȘA DE LUCRU NR. 2

ADUNAREA NUMERELOR ÎNTREGI. PROPRIETĂȚI

Înțeleg!

***Reguli*: I.** Pentru a aduna două numere întregi care au acelaşi semn, se adună modulele celor două numere, iar rezultatul are semnul comun.

Exemple: 1) $(+2) + (+3) = +(2 + 3) = +5 = 5$;
2) $(-4) + (-5) = -(4 + 5) = -9$.

II. Pentru a aduna două numere întregi de semne diferite, se scad modulele lor şi se dă semnul numărului al cărui modul este mai mare.

Exemple: 1) $(-8) + (+5) = -(8 - 5) = -3$;
2) $(+6) + (-5) = +(6 - 5) = +1$.

Observaţie: Suma a două numere întregi este tot un număr întreg.

Proprietăţile adunării

1. ***Comutativitatea***

Adunarea numerelor întregi este comutativă:

$$\boldsymbol{a + b = b + a}, \text{ oricare ar fi } a, b \in \mathbb{Z}.$$

Exemplu: $(-4) + (+7) = (+7) + (-4) = +3$.

2. ***Element neutru***

Numărul întreg 0 este element neutru la adunarea numerelor întregi.

$$\boldsymbol{a + 0 = 0 + a = a}, \text{ oricare ar fi } a \in \mathbb{Z}.$$

Exemplu: $(-5) + 0 = 0 + (-5) = -5$.

3. ***Asociativitatea***

Adunarea numerelor întregi este asociativă:

$$\boldsymbol{a + (b + c) = (a + b) + c}, \text{ oricare ar fi } a, b, c \in \mathbb{Z}.$$

Exemplu: $[(-8) + (+5)] + (-3) = (-8) + [(+5) + (-3)]$;
$(-3) + (-3) = (-8) + (+2) \Leftrightarrow -6 = -6$.

4. ***Suma a două numere opuse este* 0:** $\boldsymbol{a + (-a) = 0}$, oricare ar fi $a \in \mathbb{Z}$.

Exemplu: $(+7) + (-7) = (-7) + (+7) = 0$.

Exersăm!

1. Calculează:
a) $(-2) + (-5)$; **b)** $(+8) - (-3)$; **c)** $(+7) + (-9)$;
d) $(-8) + (-4) + (+7)$; **e)** $1 - 2 + 3 - 4 + 5 - 6 : 2$.

2. Completează spaţiile punctate:
a) $(+6) +..... = -2$; **b)** $(-5) + (+11) =.....$; **c)** $-8 +..... = 1$.

3. Completează spaţiile punctate cu termenii care lipsesc:
a) $-9; -6; ...; 0$. **b)** $15; 8; 1; -6; -13; ...; -27$. **c)** $-2; 3; -4; 5; -6; 7; ...; 9$.

4. Fie $x = -6 + 15$ şi $y = 12 + (-15)$. Atunci:
a) $x + y = ...$; **b)** $y + (-x) = ...$; **c)** $-x + (-y) = ...$.

5. Propoziţiile de mai jos sunt adevărate sau false? Încercuieşte!

a) 13 + (+8) + (−11) = 10; A F
b) – 25 + (+12) + (−7) = 20; A F
c) 18 + (+6) + (+6) = 30. A F

Fixăm!

1. Calculează:

a) +11 + 3;
+ 6 + (+6);
(+3) + (–8);
(+10) + (–7);
(–13) + (–2);

b) 10 + (+3) + (+2);
(–15) + (+5) + (+8);
4 + (–7) + (–3);
(–5) + (–3) + (–1);
(+4) + (–8) + (+2).

2. Calculează, folosind proprietăţile adunării:

a) 23 + (–16) + 27 + (–24);
b) (–18) + (+31) + (–12) + 49;
c) 15 + (–9) + 25 + (–11) + 10;
d) –33 + (+22) + (–17) + 38.

3. Află suma dintre cel mai mic număr întreg format din 3 cifre şi cel mai mare număr întreg format din 3 cifre distincte.

4. Calculează:

a) 3 |−10| − [+24 + (−|−15| + |+4|) + (+18)];
b) 32 : |−8| + |−34| : (+17) – 69 : 23.

5. **Activitate în echipă.** Efectuaţi:

a) +4 + (–6) + (+3);
b) –5 + (–8) + (–11);
c) 9 + (–7) + (+3) + (–13);
d) +6 + (–8) + (–15) + (+12);
e) 4 + (–8) + (–17) – (–2);
f) +14 + (–19) + (–17);
g) –17 + (–11) + (+23) + (+7);
h) (+102) + (–89) + (–14) + (+1).

Verificăm!

1. Calculează, folosind proprietăţile adunării:

a) 11 + (–18) + (–17) + 34;
b) –2 + (–7) + (–8) + (–13) + 45 + (–15).

2. Calculează:

a) –1009 + (2 – 4 + 6 – 8 +... + 2014 – 2016 + 2018 – 2020);
b) 1 – 3 + 5 – 7 + 9 –... – 2011 + 2013 – 2015 + 2017 – 2019;
c) 1 + 3 + 5 +... + 2015 + 2017 – 2 – 4 – 6 –... – 2016 – 2018.

3. Suma a 8 numere întregi consecutive este egală cu –16. Care sunt numerele?

4. Efectuează sumele algebrice:

a) $5^2 - \{[14 + (25 - 83) - 72] + 129\} + (6 - 13)$;
b) –10 – {(4 – 31 + 13) – [2 – (81 – 117) – 69]} – [(18 – 59 + 23) – (63 – 47)].

5. Calculează:

a) $|2^n - 3| - |1 - 2^n|$, unde $n \in \mathbb{N}$;
b) $1^n - 2^n + 3^n - 4^n + ... + 99^n - 100^n$, $n \in \mathbb{N}$, $n \le 1$.

(***MĂ AUTOAPRECIEZ: ....***) (***NOTA PROFESORULUI: ....***)

FIȘA DE LUCRU NR. 3
SCĂDEREA NUMERELOR ÎNTREGI

Înțeleg!

Diferenţa numerelor întregi a și ***b*** se notează ***a – b*** şi se obţine adunând numărul ***a*** cu opusul numărului ***b***.

$$a - b = a + (-b), \text{ unde } a, b \in \mathbb{Z}.$$

Exemple: 1) $(-9) - (+6) = (-9) + (-6) = -15$;
2) $(+11) - (-4) = (+11) + (+4) = +15$.

Observaţii: 1) Diferenţa a două numere întregi este tot un număr întreg.
2) În mulţimea numerelor întregi, orice diferenţă este posibilă.

Pentru a efectua un calcul în care avem o succesiune de adunări şi scăderi de numere întregi, transformăm fiecare scădere în adunare cu opusul scăzătorului şi efectuăm calculele de la stânga la dreapta, grupând termenii cu acelaşi semn.

Exemplu: $(-3) - (+8) + (-7) - (-10) =$
$= (-3) + (-8) + (-7) + (+10) =$
$= (-18) + (+10) =$
$= -8$.

Pentru a efectua un calcul în care avem o succesiune de adunări şi scăderi de numere întregi şi apar paranteze, se elimină parantezele precedate de semnul „+", scriind termenii din paranteze cu semnele lor, iar parantezele precedate de semnul „–" se elimină scriind termenii din paranteze cu semne contrare. Apoi, se calculează suma algebrică după regula semnelor de la adunarea numerelor întregi.

Exemplu: $(+11) + (-23) - (+9) - (-7) =$
$= 11 - 23 - 9 + 7 =$
$= -12 - 9 + 7 =$
$= -21 + 7 =$
$= -14$.

Exersăm!

1. Efectuează:

a) $11 - (+3)$;
$-6 - (+4)$;
$8 - (-4)$;
$-(-6) - (+4)$;
$12 - (+13)$;

b) $16 + (-11) - (+12)$;
$-(+13) - (-10) - (+3)$;
$21 - (+16) + (-5)$;
$-(-40) + (-17) + (-18)$;
$25 + (+11) + (-31) - (+5)$.

2. Efectuează:

a) $13 - (4 - 9)$; **b)** $(7 - 11) - (-6)$; **c)** $-9 - (14 - 17)$;
d) $(11 - 24) + (-12 + 35)$; **e)** $13 - (10 - 18) + (-12)$; **f)** $-(-3 + 17) - (-9 + 13)$.

3. Scrie sub formă de sumă algebrică, apoi efectuează:

a) $(-6) - (+9) - (-13) + (-6) + (+3)$; **b)** $17 + (3 - 6 - 8) - (-5 + 7 + 2 - 18)$.

4. Află diferenţa dintre cel mai mic număr întreg de două cifre şi cel mai mare număr întreg de două cifre diferite.

5. În două nopţi din luna decembrie s-au înregistrat temperaturi de –16ºC şi, respectiv, –19ºC.

a) Află diferenţa dintre cele două temperaturi.

b) Dacă în zilele respective temperaturile au fost de –7ºC, respectiv –9ºC, află diferenţa dintre cea mai mare şi cea mai mică temperatură înregistrată în cele patru momente.

Fixăm!

1. Află cifra x din scăderea: $\overline{45x} - \overline{x38} = -182$ (numerele sunt scrise în baza 10).

2. Efectuează:

a) $(4 - 8) + (1 - 11)$;
b) $(6 - 15) - (3 - 8)$;
c) $27 + (18 - 22) - (13 - 18)$;
d) $16 - (21 - 18 + 11) - 4$.

3. Calculează:

a) $1 - \{-7 + [(3 - 11) - (14 - 31)]\}$;
b) $3 - \{[(2 - 15) - (3 - 28)] + (23 - 51 + 17)\}$;
c) $-(6 - 16) - \{-(2^3 \cdot 3 - 14) + 2 - [11 + (31 - 79) - 23]\} - (14 - 67)$.

4. Scrie numărul întreg 9 ca diferenţă a două numere întregi. Câte cazuri pot fi? Exemplifică!

5. **Activitate în echipă.** Efectuaţi:

a) $(4 - 8) - [13 - (12 - 16)]$;
b) $1 - \{12 + [-4 - (6 - 8)]\}$;
c) $16 - [(-3 + 14) - (16 - 18 + 3) + (10 - 15)]$;
d) $\{-10 - [-9 - (-8 + 7) + 6] + 5\} + 4$;
e) $2 - [-10 - (1 - 7)] - \{12 - [3 + (15 - 21)] - 7\}$.

Verificăm!

1. Calculează: $1 - 4 + 7 - 10 + 13 - 16 + ... + 2017 - 2020$.

2. Determină $a - b$, dacă $|a| = 3$ şi $|b| = 9$.

3. Calculează: $\{[(6^3 : 18 - 27^2 : 81) \cdot 2^3 - 4^2]^2 - 3^2 \cdot (2^3 - 1)\}^{2018} - 2019$.

4. Efectuează:

a) $-\{(11 - 14) - [13 - (12 - 19) - 16]\} - 17$;
b) $1 - (4 - 14) - [2 + (11 - 31)] - \{3 - [11 - (4 - 9)]\} - 44$;
c) $16 - \{[31 - (-16 + 42)] - 35\} + \{24 - (13 - 18)]$;
d) $[15 + (4 - 23)] - \{1 - [3 + (6 - 9) - (11 - 6)] - 27\}$;
e) $-25 + \{-11 - [-14 + (-3 + 10)] - 12\} - \{31 - [16 + (3 - 14) - 18] + 4\} - 11$.

5. Calculează:

a) $|-14| - [(31 - |-54|) - 16 - |-47|]$;
b) $[48 : |-4| + |-18| : (3 + |-3|)] : (6 - |-11| + 10)$;
c) $20^2 + |(52 : |-13| - |-19|) - 6| : |-7| - 403$.

(*MĂ AUTOAPRECIEZ:* ....) (*NOTA PROFESORULUI:* ....)

FIȘA DE LUCRU NR. 4

ÎNMULȚIREA NUMERELOR ÎNTREGI. PROPRIETĂȚI

Înțeleg!

Reguli: **1)** Pentru a înmulţi două numere întregi care au acelaşi semn, punem semnul „+” şi înmulţim modulele lor.

Exemple: a) $(+3) \cdot (+5) = +15$;
b) $(-9) \cdot (-3) = +27$.

2) Pentru a înmulţi două numere întregi care au semne diferite, punem semnul „ – ” şi înmulţim modulele lor.

Exemple: a) $(+8) \cdot (-3) = -24$;
b) $(-2) \cdot (+6) = -12$.

Proprietăţile înmulţirii numerelor întregi

1. ***Comutativitatea***

Oricare ar fi $a, b \in \mathbb{Z}$: $\boldsymbol{a \cdot b = b \cdot a}$.

Exemplu: $(-7) \cdot (+5) = (+5) \cdot (-7) \Leftrightarrow -35 = -35$.

2. ***Asociativitatea***

Oricare ar fi $a, b, c \in \mathbb{Z}$: $\boldsymbol{(a \cdot b) \cdot c = a \cdot (b \cdot c)}$.

Exemplu: $[(-3) \cdot (+7)] \cdot (-4) = (-3) \cdot [(+7) \cdot (-4)] \Leftrightarrow (-21) \cdot (-4) = (-3) \cdot (-28) \Leftrightarrow 84 = 84$.

3. ***Element neutru***

Numărul întreg 1 este element neutru pentru înmulţirea numerelor întregi: $\boldsymbol{a \cdot 1 = 1 \cdot a = a}$, oricare ar fi $a \in \mathbb{Z}$.

Exemplu: $(-6) \cdot 1 = 1 \cdot (-6) = -6$.

4. ***Distributivitatea înmulţirii faţă de adunare şi scădere***

Înmulţirea este distributivă faţă de adunare şi scădere.

Oricare ar fi $a, b, c \in \mathbb{Z}$: $\boldsymbol{a \cdot (b + c) = a \cdot b + a \cdot c}$ şi $\boldsymbol{a \cdot (b - c) = a \cdot b - a \cdot c}$.

Exemplu:
$(-2) \cdot [(+7) + (-4)] = (-2) \cdot (+7) + (-2) \cdot (-4) \Leftrightarrow (-2) \cdot (+3) = (-14) + (+8) \Leftrightarrow -6 = -6$.

Observaţii:

1. Produsul unui număr par de factori negativi este un număr întreg pozitiv.
2. Produsul unui număr impar de factori negativi este un număr întreg negativ.
3. Produsul unui număr întreg şi –1 este opusul acelui număr: $a \cdot (-1) = (-1) \cdot a = -a$, oricare ar fi $a \in \mathbb{Z}$.
4. Mulţimea multiplilor unui număr întreg a este $M_a = \{ka \mid k \in \mathbb{Z}\}$.

Exersăm!

1. Calculează:
a) $(+2) \cdot (+5)$; **b)** $(-6) \cdot (+3)$; **c)** $(+4) \cdot (-3)$; **d)** $(-7) \cdot (-8)$.

2. Calculează:
a) $(+2) \cdot (-7) \cdot (+3)$; **b)** $(-4) \cdot (-2) \cdot (+1)$;
c) $(+5) \cdot (-2) \cdot (+2)$; **d)** $(-8) \cdot (-7) \cdot (-5)$;
e) $(+17) \cdot (-23) \cdot 0$; **f)** $(-7) \cdot (-8) \cdot (-1)$.

3. Folosind proprietățile înmulțirii numerelor întregi, calculează:
a) $(+6) \cdot (-7) \cdot (+5)$; **b)** $(-2) \cdot (+8) \cdot (-5)$;
c) $(-6) \cdot (+2) \cdot (-5) \cdot (-10)$; **d)** $(-8) \cdot (-5) \cdot (-4) \cdot (-10)$.

4. Folosind distributivitatea înmulțirii față de adunare și scădere, calculează:
a) $a \cdot (b + c)$, știind că $a = -5$ și $b + c = -9$; **b)** $2a \cdot (b - c)$, știind că $a = +7$ și $b - c = -8$;
c) $-a \cdot (c - b)$, știind că $ab = -12$ și $ac = -18$.

5. Scoate factor comun și calculează:
a) $(-3) \cdot 4 + (-3) \cdot (-2)$; **b)** $12 \cdot (-6) + (-6) \cdot (-8)$;

Fixăm!

1. Calculează:
a) $(+3) \cdot (-5)$; **b)** $(-4) \cdot (-7)$; **c)** $(+2) \cdot (+8) \cdot (-6)$; **d)** $(-3) \cdot (+1) \cdot (-7)$.

2. Folosind proprietățile înmulțirii numerelor întregi, calculează:
a) $(+8) \cdot (-3) \cdot (+5)$; **b)** $(+6) \cdot (-4) \cdot (-25)$; **c)** $(-9) \cdot (+2) \cdot (-10) \cdot (+5)$;
d) $(+25) \cdot (-3) \cdot (-4) \cdot (+7)$; **e)** $(+15) \cdot (-7) \cdot (+2) \cdot (-5)$; **f)** $(-8) \cdot (-6) \cdot (-10) \cdot (-1)$.

3. Scoate factor comun și calculează:
a) $5 \cdot (-3) - 5 \cdot (-4) + 5 \cdot 7$; **b)** $11 \cdot (-4) - (-4) \cdot 8 + 3 \cdot (-6)$; **c)** $12 \cdot (-5) - 5 \cdot 8 + 5 \cdot 20$.

4. Calculează:
a) $ab + ac$, dacă $a \cdot (b + c) = -14$; **b)** $ac - bc$, dacă $a - b = +8$ și $c = -7$;
c) $2ab - 2bc$, dacă $b = -7$ și $a - c = +6$; **d)** $-ab - ac$, dacă $a = -9$ și $b + c = -8$.

5. **Activitate în echipă.** Scrieți numărul:
a) 15 ca produs de două numere întregi diferite; **b)** 18 ca produs de trei numere întregi diferite;
c) –24 ca produs de trei numere întregi diferite.
Câte soluții există în fiecare caz?

Verificăm!

1. Dacă:
a) $x + y = 7$ și $z = -3$, calculează $xz + yz$; **b)** $xy = -14$ și $xz = -21$, calculează $x \cdot (y + z)$;
c) $xy - yz = -7$ și $x - z = -1$, determină y.

2. Calculează:
a) $ab + ac$, dacă $a \cdot (b + c) = -15$; **b)** $ac - bc$, dacă $a - b = 4$ și $c = -9$;
c) $3ab - 3bc$, dacă $b = -4$ și $a - c = -1$.

3. Scoate factor comun și calculează:
a) $12 \cdot (-7) - (+13) \cdot (-7) - (-7) \cdot 2 - 7$; **b)** $4 \cdot (-9) - 9 \cdot (-7) + 9 \cdot (+11) - 9$;
c) $6 \cdot (-12) + 12 \cdot (-8) - 12 \cdot (-5) + 12$.

4. Efectuează:
a) $|6 - 2^3| \cdot [|-5^2| : 25 + 49 : 7^2] - 2^2$; **b)** $-7 + (-7) \cdot [-7 - (-5 + 7)] \cdot (-7)$.

5. Află numerele întregi a și b, știind că:
a) $(a + 1) \cdot (b - 2) = 6$; **b)** $(2a - 1) \cdot (b + 3) = -15$;
c) $(a - 2) \cdot (2b + 1) = -7$; **d)** $(3a - 4) \cdot (2b + 3) = 9$.

(***MĂ AUTOAPRECIEZ:** ....*) (***NOTA PROFESORULUI:** ....*)

FIȘA DE LUCRU NR. 5

ÎMPĂRȚIREA NUMERELOR ÎNTREGI CÂND DEÎMPĂRȚITUL ESTE MULTIPLU AL ÎMPĂRȚITORULUI

Înțeleg!

Câtul a două numere întregi nenule de acelaşi semn, împărţitorul fiind un divizor al deîmpărţitului, este un număr întreg pozitiv.

Câtul a două numere întregi nenule de semne diferite, împărţitorul fiind un divizor al deîmpărţitului, este un număr întreg negativ.

Câtul lui 0 şi orice număr întreg nenul este egal cu 0.

Observaţii:

1. Operaţia $a : 0$ *nu are sens*, oricare ar fi $a \in \mathbb{Z}$.

2. $a : 1 = a$, oricare ar fi $a \in \mathbb{Z}$.

3. $a : (-1) = -a$, oricare ar fi $a \in \mathbb{Z}$.

4. $(a \pm b) : c = a : c \pm b : c$, oricare ar fi $a, b \in \mathbb{Z}$, $c \in \mathbb{Z}^*$, a, b multipli ai lui c.

Mulţimea divizorilor unui număr întreg a este format din reuniunea mulţimii divizorilor naturali ai lui a cu mulţimea opuşilor acestora.

Un număr întreg este ***prim***, dacă are ca divizori naturali doar pe 1 şi pe el însuşi.

Un număr întreg este ***prim***, dacă are ca divizori naturali doar pe 1, –1, pe el însuşi şi opusul lui.

Exemple:

1. $(+6) : (+2) = +3$; $(-12) : (-4) = -3$;
2. $(+24) : (-4) = -6$; $(-18) : (+2) = -9$;
3. $0 : (+7) = 0$; $0 : (-5) = 0$;
4. $[(+27) + (-45)] : (-9) = (+27) : (-9) + (-45) : (-9) = -3 + 5 = 2$;
$[(-42] - (+35)] : (+7) = (-42) : (+7) - (+35) : (+7) = -6 - 5 = -11$;
5. $D_8 = \{-8, -4, -2, -1, 1, 2, 4, 8\}$.

Exersăm!

1. Calculează:
a) $(-15) : (+3)$; **b)** $27 \cdot (-3)$; **c)** $(-56) : (-7)$; **d)** $81 : (-27)$.

2. Calculează:
a) $(+18) : (-9)$; **b)** $(-24) : (-4)$; **c)** $(-27) : (-3) : (-3)$;
d) $(-36) : (+4)$; **e)** $(+12) : (+3)$; **f)** $(+45) : (-9) : (-5)$.

3. Efectuează calculele:
a) $16 : (-4) \cdot (+2)$; **b)** $(-48) : 12 \cdot (-3)$; **c)** $15 : (-3) + (-2)$;
d) $3 \cdot (-8) : (-6)$; **e)** $16 : (-4) + (-2) \cdot (-3)$; **f)** $(-28) : 4 - (-6) \cdot (-2)$.

4. Propoziţiile de mai jos sunt adevărate sau false? Încercuieşte!
a) $34 : (-2) + (-10) \cdot (-2) = 3$; A F
b) $(-15) \cdot 2 - (+18) : (-2) = -21$; A F
c) $(-24) : (-3) : (-1) = 8$. A F

5. Pune parantezele „( )”, astfel încât următoarele egalităţi să fie adevărate:

a) $4 - 6 + 10 : 2 = -4$; **b)** $14 - 4 : 2 + 3 \cdot 2 = 4$; **c)** $-8 + 6 \cdot 2 - 15 : 3 = -9$.

Fixăm!

1. Calculează în două moduri:

a) $(24 - 16) : (-4)$; **b)** $(-25 + 15) : (-5)$;
c) $(-16 - 40 - 56) : (-8)$; **d)** $(27 - 9 - 3) : (-3)$.

2. Mulţimea divizorilor întregi ai numărului:

a) 16 este $D_{16} = \{\ldots\}$; **b)** -18 este $D_{-18} = \{\ldots\}$; **c)** 28 este $D_{28} = \{...\}$.

3. Calculează c.m.m.d.c. şi c.m.m.m.c. al numerelor:

a) 12 şi -18; **b)** -15 şi 25; **c)** -14 şi -21.

4. Dacă $x \in \mathbb{Z}$ şi:

a) $(x + 1) \mid 4$, atunci $x \in \{...\}$; **b)** $(2x - 1) \mid 6$, atunci $x \in \{...\}$; **c)** $8 \vdots (3 - x)$, atunci $x \in \{...\}$.

5. **Activitate în echipă.** Efectuaţi:

a) $16 - 4 : (-2)$; **b)** $12 + 12 : (-3)$; **c)** $16 - 8 : (-2)$; **d)** $24 : (-6) + 6$;
e) $27 - 9 : (-3)$; **f)** $4 + (-12) : 3$; **g)** $(4 - 8) : (-2)$; **h)** $32 : (-4) + 10$;
i) $56 : (-4) + (-7) \cdot (-2)$; **j)** $26 : (-2) + 2 \cdot (-5) - (-6) \cdot 2^3$;
k) $27 : (-9) + (-15) : (-3)$; **l)** $12 : (-4) - (-6) : (-2)$.

Verificăm!

1. Efectuează:

a) $8 : (-2) - (-2^2)$; **b)** $-5^2 : (-5) + 5 : (-5^0)$; **c)** $52 : (-2^2) + 56 : 7$;
d) $6 + 3^4 : 3^2$; **e)** $-9^2 : 3^3 + 7 : (-7)$; **f)** $|-3|^2 : (-3) + |5 - 8|$.

2. **a)** Dacă $\dfrac{15}{2x+1} \in \mathbb{Z}$, $x \in \mathbb{Z}$, atunci $x \in \{...\}$;

b) Dacă $\dfrac{2x-3}{x+1} \in \mathbb{Z}$, $x \in \mathbb{Z} / \{-1\}$, atunci $x \in \{...\}$.

3. Află $x \in \mathbb{Z}$, astfel încât:

a) $(2x - 3) \mid 7$; **b)** $(x - 2) \mid 6$; **c)** $(3x + 2) \mid (-13)$.

4. Află perechile de numere întregi $(x; y) \in \mathbb{Z} \times \mathbb{Z}$, $x \neq 2$, astfel încât fracţia:

$$\frac{4}{(x-2)\cdot(2y-3)} \in \mathbb{N}.$$

5. Se dau mulţimile: $A = \left\{x \in \mathbb{Z} \,\middle|\, \dfrac{3}{x+1} \in \mathbb{Z}\right\}$ şi $B = \{y \in \mathbb{Z} \mid y \text{ divide } 6\}$. Calculează:

a) $A \cap B$; **b)** $A - B$; **c)** $B - A$.

(*MĂ AUTOAPRECIEZ:* ....) **(*NOTA PROFESORULUI:* ....)**

FIȘA DE LUCRU NR. 6

PUTEREA CU EXPONENT NUMĂR NATURAL A UNUI NUMĂR ÎNTREG NENUL

Înțeleg!

Prin ***definiţie***, puterea unui număr întreg cu exponent număr natural este:

$$x^n = \underbrace{x \cdot x \cdot x \cdot \ldots \cdot x}_{n \text{ factori}}.$$

Se citeşte „x la puterea n”, unde $x \in \mathbb{Z}$, $n \in \mathbb{N}$.

x se numeşte ***bază***, iar ***n*** se numeşte ***exponent***, $\boldsymbol{x^n}$ se numeşte ***putere.***

Exemple: $x^2 = x \cdot x$; se citeşte „x la puterea a doua” sau „x la pătrat”;
$x^3 = x \cdot x \cdot x$; se citeşte „x la puterea a treia” sau „x la cub”;

Pentru $(-3)^2$ avem $-3 \to$ bază; $2 \to$ exponent; $(-3)^2 \to$ putere.

De reţinut!

Prin convenţie: 1) $x^1 = x$, unde $x \in \mathbb{Z}$;

2) $x^0 = 1$, unde $x \in \mathbb{Z}^*$;

3) $0^n = 0$, unde $n \in \mathbb{N}^*$;

4) 0^0 nu are sens;

5) $1^n = 1$, unde $n \in \mathbb{N}^*$.

Semnul puterii unui număr întreg

Dacă a, $n \in \mathbb{N}$, atunci: $(+a)^n = +a^n$;

$$(-a)^n = \begin{cases} a^n, \text{pentru } n \text{ par} \\ -a^n, \text{pentru } n \text{ impar} \end{cases}, \ n \in \mathbb{N}.$$

$$(-1)^n = \begin{cases} 1, \text{pentru } n \text{ par} \\ -1, \text{pentru } n \text{ impar} \end{cases}, \ n \in \mathbb{N}.$$

Exemple: $(-5)^2 = (-5) \cdot (-5) = 25 = 5^2$; $(-2)^3 = -2^3$; $(+2)^3 = (+2) \cdot (+2) \cdot (+2) = +2^3 = +8$.

Observaţie: Ridicarea la putere este o operaţie de ordinul al III-lea.

Exersăm!

1. Fie mulţimea $A = \{-5; -2^2; (-3)^0; (-1)^4; |-4|; (-2019)^1\}$. $A \cap (\mathbb{Z} - \mathbb{N}) = \ldots$.

2. Încercuieşte varianta corectă. (Numai un răspuns este corect!)

a) $(-3)^2 + 3 : 3 =$

A. -3; B. 3; C. 4; D. 10.

b) $5^3 : (-5)^3 + 4^2 : (-4^2) =$

A. 0; B. 2; C. -2; D. 15.

c) $7 - 7 : (-7) + (-7)^2 : (-7)^1 =$

A. -7; B. 1; C. 7; D. -1.

3. Rezultatul calculului:
a) $3^0 - (-3)^2 : 3$ este ... . **b)** $2^4 : (-2)^2 + 64 : (-2)^3$ este ... . **c)** $(3^2 - 2^3)^{2019} + (-1)^{2018} - 1^{2020}$ este ... .

4. Dintre numerele:
a) $(-2)^2$ şi $(-3)^2$, mai mare este numărul ... . **b)** -5^3 şi $(-5)^0$, mai mic este numărul ... .
c) 6^2 şi $(-2)^6$, mai mare este numărul ... .

5. Calculează:
a) $-16 : 2^2 - (-2)^3$; **b)** $(-4)^5 : 8^2 + (-2)^4$; **c)** $(-27)^4 : (-9)^5 - (-2)^3$.

Fixăm!

1. Scrie ca o putere:
a) $(-3) \cdot (-3) \cdot (-3)$; **b)** $(+4) \cdot (+4) \cdot 2^2$; **c)** $(-7) \cdot (-7) \cdot 49$.

2. Află numărul necunoscut x din proporţia: $\dfrac{36:(-6)}{(-5)^2:(-5)+1} = \dfrac{3^2+2^2 \cdot 3}{2x}$.

3. Calculează:
a) $12 : (-3) + (-2)^3$; **b)** $(-4)^2 : (-4) + (-2)^3 : (-2)^2$; **c)** $27 : (-3^2) + 2^2 \cdot 3 - 2019^0$;
d) $36 : (-3^2) - (-2^2)$; **e)** $[125 : (-5)^2 - (-4^3) : 16] : (-3)$.

4. Află:
a) opusul numărului $x = \{(-2) \cdot [3 - (-6 \cdot 3 + 5 \cdot 2)]\} \cdot (-1)^3$;
b) sfertul numărului $x = -\{(-2)^4 + (-3) \cdot [8 : (-2)]\}$;
c) media ponderată a numerelor: 5; –3; –2; +6 cu ponderile 2; 4; 6 şi 8.

5. **Activitate în echipă.** Efectuaţi:
a) $\{(-3)^3 + [2^5 - (-2)^4] : (-2^2) - 2019^0\} : (-2)^5$;
b) $\{[(-6)^2 - (-5)^3 - 1^4] : (-2)^4 - 23^0\} : (-3^2) + 1^{2019}$;
c) $2 - \{[(-7)^2 + (-6)^3 - 2] : (-13^2) - 2^3\} : (-7)^1$.

Verificăm!

1. Fie $a = [(-4)^4 : 8^2 + (5 - 5 : 5)]^2 + (-2)^3$ şi $b = |-6 + 8|^3 + |6 - 10|^2$.
a) Află c.m.m.d.c. al numerelor a şi b.
b) Fără a calcula efectiv, folosind rezultatul de la **a)**, află c.m.m.m.c. al numerelor a şi b.

2. Află numărul necunoscut x din proporţia: $\dfrac{36^2 : 18 - (-11) \cdot (-2)}{4,5 : 0,15} = \dfrac{1,(6) \cdot (-3)^2}{x}$.

3. Fie $x = |343^2 - 125^3|$ şi $y = (5^{2^3} : 25^3)^4 - [49^2 : (-7)^2]^3$.
a) Calculează x şi y.
b) Găseşte a din $x - y = 2500 \cdot a$, unde x şi y sunt numerele calculate mai sus.

4. Calculează suma $S = (-2)^1 + (-2)^2 + \cdots + (-2)^{10}$ şi arată că $S \,\vdots\, 31$.

5. Calculează:
a) $x = (-1)^n - (-1)^{2n} - (-1)^{3n} - ... - (-1)^{673n}$, $n \in \mathbb{N}$.
b) $y = (-1)^n + (-1)^{2n+1} + (-1)^{3n+2} + ... + (-1)^{2019n+2018}$,
oricare ar fi numărul natural n.

(*MĂ AUTOAPRECIEZ:* ....) **(*NOTA PROFESORULUI:* ....)**

FIȘA DE LUCRU NR. 7

REGULI DE CALCUL CU PUTERI

Înțeleg!

Dacă a şi b sunt două numere întregi, m şi n sunt două numere naturale, iar operaţiile care trebuie efectuate sunt definite (au sens), atunci avem următoarele proprietăţi:

1. Înmulţirea puterilor cu aceeaşi bază

$$\boldsymbol{x^m \cdot x^n = x^{m+n}}$$

Exemplu: $(-2)^2 \cdot (-2)^3 = (-2)^5$.

2. Împărţirea puterilor cu aceeaşi bază

$$\boldsymbol{x^m : x^n = x^{m-n}, m \geq n; x \in \mathbb{Z}^*}$$

(pentru $\boldsymbol{m = n}$, $\boldsymbol{x^0 = 1}$)

Exemplu: $(-3)^7 : (-3)^4 = (-3)^3$.

3. Puterea unei puteri

$$\boldsymbol{(x^m)^n = (x^m)^n}$$

Exemplu: $[(-2)^2]^3 = (-2)^6$.

4. Puterea unui produs

$$\boldsymbol{(x \cdot y)^n = x^n \cdot y^n}$$

Exemplu: $[(-2) \cdot (-5)]^7 = (-2)^7 \cdot (-5)^7$.

5. Puterea unui cât

$$\boldsymbol{(x : y)^n = x^n : y^n; y \in \mathbb{Z}^*}$$

Exemplu: $[(-8) : (-4)]^9 = (-8)^9 : (-4)^9$.

Compararea puterilor

Pentru a compara două numere întregi, comparăm modulele numerelor şi aplicăm regula de comparare a numerelor întregi.

Exemplu: Compară $(-2)^3$ şi $(-2)^7$.

$(-2)^3 = -2^3$ şi $(-2)^7 = -2^7$. Comparăm modulele lor. Astfel, $2^3 < 2^7$, deci $-2^3 > -2^7$.

Exersăm!

1. Scrie, ca o singură putere, numărul:

a) $(-2)^3 : 2^2$; **b)** $32^2 : (-2)^8$; **c)** $(-27)^3 . (-3)^6$;
d) $18^2 : [(-2)^2 \cdot (-3)^3]$; **e)** $-16 : (-4^2)$; **f)** $81^4 : (-27)^5$.

2. Calculează:

a) $8^3 : (-4)^4 + (-2)$; **b)** $6^2 : (-3)^2 - (-5)^2 : 5$; **c)** $27 : (-3) + 5^3 : (-5)^2 + (-7) \cdot (-2)$;
d) $-4^2 + 5^3 : (-5)^2$; **e)** $6^3 : (-2)^3 + 3^3$; **f)** $(-5)^3 : 5 + 10 : (-5)$.

3. Compară numerele: $a = [(-7)^5 : 7^3 - 1] : 2$ şi $b = 3^3 \cdot (-3) - (-2)^2 \cdot (2^3 + 2^2 + 2^0)$.

4. Calculează:

a) $2^3 : (-2)^2 - (-2^1)$; **b)** $3^{21} : (-3^{18}) - (-3)^3$; **c)** $5^6 : (-5^4) \cdot (-5)^0 : (-5)^2$;
d) $(-7)^5 : (-7^3) - (-7)^2$; **e)** $(-6)^{14} : 3^{14} : (-2)^{12} - (-2)^2$; **f)** $(-15)^{12} : (-5)^8 : (-3)^{10} - (-5)^4 \cdot (-3)^2$.

5. Verifică dacă numărul $a = \{[(-32)^5 : (-16)^6 - 1^{345}]^2 : 3^1 - 2^1\}^{2018} - 1^{2019}$ este divizibil cu 5.

Fixăm!

1. Calculează:

a) $9^4 : (-3)^6 + (-3)^1$;

b) $8^7 : (-4)^{10} + 3^5 : (-3)^3$;

c) $(-6)^{32} : 6^{29} : (-6)^2 - (-3)^2$;

d) $(-18^{15}) : (-9)^{14} : (-2)^{13} - (-2)^6$;

e) $(-16)^3 : (-2)^9 - (-3)^5 : 9^2$;

f) $(-32)^{24} : (-8)^{39} + (-81)^{51} : (-27)^{67}$.

2. Efectuează calculele:

a) $(-3^2)^7 : (-3^3)^4 + (2^5)^3 : (-2^3)^4 + (1^{2019})^{2020}$;

b) $(-25)^6 : 125^3 - (-6)^2 \cdot 6 + (-7)^4 : 7^2 \cdot 2$.

3. Arată că numărul $N = |4^{15} \cdot (-3)^{60} + (-4)^{45} \cdot 243^9| : 27^{15} - (-2)^{90} + 12^{16}$ este divizibil cu -11.

4. Calculează:

a) $|6 - 2^3| \cdot [|-5^2| : 25 - (-49) : 7^2] - 2^2$;

b) $6^2 : (-12) - [34 : (4^3 - 3^4) + 8^3 : (-4^4)]$;

c) $[(-2) \cdot (-2)^2 \cdot (-2)^3 \cdot \ldots \cdot (-2)^{10}] : 64^9$.

5. **Activitate în echipă.**

Se dau numerele: $a = -12 + (-2 - 1)^5 : [(4 - 7)^2]^2$ şi $b = 1 + [(-6 + 4)^3 \cdot (3 - 7)^2]^2 : [-5 + (2^2 - 1^{10})]^{12}$.

a) Calculaţi a şi b.

b) Determinaţi c.m.m.d.c. al numerelor a şi b.

c) Determinaţi c.m.m.m.c. al numerelor a şi b.

Verificăm!

1. Calculează: $|3^5 - 27^2| - [3^2 \cdot (-3)^2 + 81 : (-3)] + (-3)^5 : 3^3 + 3$.

2. Calculează: $2^2 - (-3)^2 \cdot [-3^3 : 9 + 45^{2018} \cdot (2019^0 - 2020^0)]^2 : 3^3$.

3. Se dau numerele: $x = (4^5 : 8^3)^5 - [(-14)^2 : 7 - 6 : (-3)]$ şi $y = |2^{36} - 3^{24}|$. Arată că produsul $x \cdot y$ este divizibil cu 10.

4. Fie numerele $x = 4^5 : 8^2 + (-2)^3 - |6 - 12| + 2$ şi y, cel mai mic număr natural prim. Arată că $2 \cdot (x^y + y^x)$ este pătrat perfect.

5. Se dau numerele:

$x = 225 : (-5)^2 - \{12 : (-3) + [8^3 : (-4)^4 + 14^2 : (-7)] : 13\}$ şi

$y = \overline{2ab}$, y – număr natural scris în baza 10, divizibil cu 15.

a) Calculează x.

b) Găseşte toate numerele y.

c) Verifică dacă suma câturilor împărţirilor numerelor y găsite la **b)** la numărul x de la **a)** este egală cu cel mai mare număr natural scris cu două cifre.

(***MĂ AUTOAPRECIEZ: ....***) (***NOTA PROFESORULUI: ....***)

Soluții

1. Mulțimea numerelor întregi; opusul unui număr întreg; reprezentarea pe axa numerelor; modulul unui număr întreg; compararea și ordonarea numerelor întregi

Exersăm

2. –3; +5; 0; –108; +112. **3.** 3; 5; 0; 108; 112. **4.** a) $A = \{-2, -1, 0, 1\}$; b) $B = \{-1, 1\}$. **5.** a) $+3 > +2$; b) $+1 > -1$; c) $-3 > -5$; d) $-21 < -19$; e) $0 > -8$; f) $|-9| < 10$; g) $|-3| = |3|$; h) $-7 = -|-7|$; i) $|+5| = |-5|$.

Fixăm

1. a) $M \cap \mathbb{N} = \left\{+2, +\frac{6}{2}, 0\right\}$; b) $M \cap \mathbb{N} = M$; c) $M - \mathbb{N} = \{-4, -3, -1\}$; d) $M - \mathbb{Z} = \varnothing$. **2.** –8, –5, –3, 0, +2, +4, +6. **3.** +14, +7, +5, –7, –9, –21. **4.** $A = \{-2, -1, 0, 1\}$; $B = \{-4, -3, -2, -1, 1, 2\}$. **5.** a) –98; b) –100; c) –987; d) –99; e) –999; f) 99.

Verificăm

1. a) $A = \{-1, 0, 1, 2\}$; b) $B = \{0\}$. **2.** a) –5, –3, –2, 0, 1, +2, +4; b) –12, $-|-10|$, –7, 2, +5, 6. **3.** a) +4, 3, 1, 0, –2, –4, –6; b) 24, $|-23|$, 19, $+|-17|$, –29. **4.** a) 5; b) 6; c) 1; d) 1; e) 3; f) 1. **5.** a) $x = 2$; b) Se compară 12^{22} cu $(29\cdot5)^{11}$; $x = 145^{11} - 144^{11}$; c) $x = 9^{21} - 8^{21}$; d) $x = 2^{38} - 2^{36}$; e) Se compară 9^6 cu 8^7, apoi 3^4 cu 2^7; $x = 47$; f) $x = 18^{36} - 6^{54}$.

2. Adunarea numerelor întregi. Proprietăți

Exersăm

1. a) –7; b) 11; c) –2; d) –5; e) 0. **2.** a) –8; b) 6; c) –9. **3.** a) –3; b) –7; c) –8. **4.** a) 6; b) –12; c) –6. **5.** a) A; b) F; c) A;

Fixăm

1. a) 14; 12; –5; 3; –15; b) 15; –2; –6; –9; –2. **2.** a) 10; b) 50; c) 30; d) 10. **3.** –12. **4.** a) 9; b) 3. **5.** a) 1; b) –24; c) –7; d) –5; e) –19; f) –22; g) 2; h) 0.

Verificăm

1. a) 10; b) 0. **2.** a) –2019; b) –2020; c) –1009. **3.** –9, –7, –5, –3, –1, 1, 3, 5. **4.** a) 5; b) 7. **5.** a) Pentru $n = 0$, $|1 - 2^n| - |2^n - 3| = -2$; pentru $n = 1$, $|1 - 2^n| - |2^n - 3| = 0$; pentru $n > 1$, $|1 - 2^n| - |2^n - 3| = 2$; b) Pentru $n = 0$, $1^n - 2^n + 3^n - 4^n + ... + 99^n - 100^n = 0$; pentru $n = 1$, $1^n - 2^n + 3^n - 4^n + ... + 99^n - 100^n = -50$.

3. Scăderea numerelor întregi

Exersăm

1. a) 8; –10; 12; 2; –1; b) –7; – 6; 0; 5; 0. **2.** a) 18; b) 2; c) –6; d) 10; e) 9; f) –18. **3.** a) –5; b) 20. **4.** –197. **5.** a) 3°; b) 12°.

Fixăm

1. $x = 6$. **2.** a) –14; b) –4; c) 28; d) –2. **3.** a) –1; b) 2; c) –10. **4.** Caz 1: diferenţa a două numere întregi pozitive; exemplu: (+11) – (+2); caz II: diferenţa a două numere întregi negative; exemplu: (–3) – (–12); caz III: diferenţa a două numere întregi cu semne diferite; exemplu: (+5) – (–4). **5.** a) –21; b) –9; c) 11; d) 1; e) –2.

Verificăm

1. –1111. **2.** $|a| = 3 \Rightarrow a = \pm3$; $|b| = 9 \Rightarrow b = \pm9$; se consideră toate cazurile posibile şi se obţine $a - b \in \{-12, -6, 6, 12\}$. **3.** –2018. **4.** a) –10; b) 2; c) 75; d) 17; e) –76. **5.** a) 100; b) 3; c) 0.

4. Înmulțirea numerelor întregi. Proprietăți

Exersăm

1. a) 10; b) –18; c) –12; d) 56. **2.** a) –42; b) 8; c) –20; d) –280; e) 0; f) –56. **3.** a) –210; b) 80; c) – 600; d) 1600. **4.** a) 45; b) –112; c) 6. **5.** a) –6; b) –24.

Fixăm

1. a) –15; b) 28; c) –96; d) 21. **2.** a) –120; b) 600; c) 900; d) 2100; e) 1050; f) 480; **3.** a) 40; b) –30; c) 0. **4.** a) –14; b) –56; c) –84; d) –72. **5.** a) pot fi doi factori diferiţi pozitivi sau ambii negativi; b) cei trei factori diferiţi pot fi toţi pozitivi sau doi negativi şi unul pozitiv; c) cei trei factori diferiţi pot fi toţi negativi sau doi pozitivi şi unul negativ.

Verificăm

1. a) –21; b) –35; c) 7. **2.** a) –15; b) –36; c) 12. **3.** a) 14; b) 117; c) –96. **4.** a) 0; b) –448. **5.** a) 0 şi 8; 1 şi 5; 2 şi 4; 5 şi 3; –2 şi –4; –3 şi –1; –4 şi 0; –7 şi 1; b) 2 şi – 8; 3 şi –6; 1 şi –18; 0 şi 12; –1 şi 2; –2 şi 0; 8 şi –4; –7 şi –2; c) –5 şi 0; 9 şi –1; 1 şi 3; 3 şi –4; d) 1 şi –6.

5. ÎMPĂRŢIREA NUMERELOR ÎNTREGI CÂND DEÎMPĂRŢITUL ESTE MULTIPLU AL ÎMPĂRŢITORULUI

Exersăm

1. a) –5; b) –9; c) 8; d) –3. **2.** a) –2; b) 6; c) –3; d) –9; e) 4; f) 1. **3.** a) –8; b) 12; c) –7; d) 4; e) 2; f) –19. **4.** A; b) A; c) F. **5.** a) 4 – (6 + 10) – 8 = –4; b) (14 – 4) : (2 + 3) · 2 = 4; c) (–8 + 6 · 2) – 15 : 3 = –9.

Fixăm

1. a) –2; b) 2; c) 14; d) –5. **2.** a) {±1; ±2; ±4; ±8; ±16}; b) {±1; ±2; ±3; ±6; ±9; ±18}; c) {±1; ±2; ±4; ±7; ±14; ±28}. **3.** a) (12; –18) = 6; [12; –18] = 36; b) (– 15; 25) = 5; [–15; 25] = 75; c) (–14; –21) = 7; [–14; –21] = 42. **4.** a) {–5; –3; –2; 0; 1; 3}; b) {– 1; 0; 1; 2}; c) {– 5; – 1; 1; 2; 4; 7; 11}. **5.** a) 18; b) 8; c) 20; d) 2; e) 30; f) 0; g) 2; h) 2; i) 0; j) 25; k) 2; l) –6.

Verificăm

1. a) 0; b) 0; c) –5; d) 15; e) –4; f) 0. **2.** a) {–8; –3; –2; –1; 0; 1; 2; 7}; b) {–6; –2; 0; 4}. **3.** a) {–2; 1; 2; 5}; b) {–4; 1; 3; 8}; c) {–5; –1}. **4.** (6; 2); (–2; 1). **5.** a) {–2; 2}; b) {–4; 0}; c) {–6; –3; –1; 1; 3; 6}.

6. PUTEREA CU EXPONENT NUMĂR NATURAL A UNUI NUMĂR ÎNTREG NENUL

Exersăm

1. $A = \{-5; -2^2; (-2019)^1\}$. **2.** a) D; b) C; c) B. **3.** a) –2; b) –4; c) 1. **4.** a) $(-3)^2$; b) -5^3; c) $(-2)^6$. **5.** a) 4; b) 0; c) –1.

Fixăm

1. a) $(-3)^3$; b) 4^3; c) 7^4. **2.** 7. **3.** a) –12; b) –6; c) 8; d) 0; e) –3. **4.** a) –22; b) –7; c) 1,7. **5.** a) 1; b) 0; c) 1.

Verificăm

1. a) $a = 56$, $b = 24$; $(a, b) = 8$; b) Se foloseşte formula $(a, b) \cdot [a, b] = a \cdot b$; $[a, b] = 168$. **2.** 14. **3.** a) $x = 5^9 - 7^6$; $y = 5^8 - 7^6$; b) $a = 625$. **4.** $S = 2 \cdot (1 - 2^{10})$; $S = 2 \cdot (1 - 1024) = 2 \cdot (-1023)$; $1023 = 31 \cdot 33 \Rightarrow S \vdots 31$. **5.** a) Dacă n par, $x = -671$; dacă n impar, $x = -3$; b) n par, $y = 1$; n impar, $y = -2019$.

7. REGULI DE CALCUL CU PUTERI

Exersăm

1. a) – 2; b) 2^2; c) $(-3)^{15}$; d) –3; e) 4^0; f) –3. **2.** a) 0; b) –1; c) 10; d) –11; e) 0; f) –27. **3.** $a > b$. **4.** a) 4; b) 0; c) –1; d) 0; e) 8; f) 0. **5.** $a = 0$, deci este divizibil cu 5.

Fixăm

1. a) 6; b) –7; c) –3; d) –28; e) 11; f) 19. **2.** a) 0; b) 7. **3.** $N = 12^{16} - 12^{15}$; $N = 12^{15} \cdot (12 - 1) \Rightarrow N \vdots (-11)$. **4.** a) 0; b) 1; c) –2. **5.** a) $a = -15$; $b = 5$; b) 5; c) 30.

Verificăm

1. 426. **2.** 1. **3.** $x = 2$; $y = 3^{24} - 2^{36}$; $U(y) = 5 \Rightarrow U(x \cdot y) = 0$. **4.** $x = 4$; $y = 2$; $2 \cdot (x^y + y^x) = 2 \cdot (4^2 + 2^4) = 64 = 8^2$. **5.** a) $x = 15$; b) 210, 225, 240, 255, 270, 285; c) 14 + 15 + … + 19 = 99.

8. ORDINEA EFECTUĂRII OPERAŢIILOR ŞI FOLOSIREA PARANTEZELOR

Exersăm

1. a) –35; b) 162; c) 3. **2.** a) –8; b) 0. **3.** 3. **4.** $a = -12$; $b = -32$; $(a, b) = 4$. **5.** a) (6: 2) şi $(18: 3^2)$; b) (8 – 12) şi $(11^2 - 8^2)$.

Fixăm

1. a) 2; b) 1. **2.** 16. **3.** a) 4; b) 1. **4.** $a = -12$, $b = -18$; $m_a = -15$. **5.** a) 2; b) 1; c) 1; d) –1.

Verificăm

1. a) 0; b) –7. **2.** –2. **3.** $0 \in \mathbb{N}$. **4.** $x = (-2)^n$; $y = 4^n$. **5.** $a = -6$, $b = -12$, $c = -9$; $c = (a + b) : 2$.

9. ECUAȚII ȘI INECUAȚII ÎN $\mathbb{Z}$

Exersăm

1. a) 4; b) –2; c) –1. **2.** a) 0; 1; b) 0; 1; c) –2; –1; 0; 1; 2. **3.** a) –4; b) 2; c) –5. **4.** a) –2; b) –3; c) –2; d) 5; e) 2; f) 2; g) {–1; 7}. **5.** a) $x = 3$; $y = -2$; b) $x = -3$; $y = 1$.

Fixăm

1. a) 2; b) 3; c) 1. **2.** a) {…; –4; –3}; b) {…; –4; –3}; c) {–1; 0; …}; d) {…; –3; –2}. **3.** a) (–1; 1); (–2; 0); b) (0; –2); (–2; 1); c) (0; –3); (0; 1); (2; –3); (2; 1); (–1; –2); (3; –2); (–1; 0); (3; 0). **4.** 1; –2. **5.** a) $A = \{-2; -1; 0; 1; 2\}$; $B = \{-4; -2; -1; 1; 2; 4\}$; $A \cap B = \{-2; -1; 1; 2\}$; b) $A - B = \{0\}$; c) $B - A = \{-4; 4\}$.

Verificăm

1. $a = -3$. **2.** $a = -3$. **3.** a) $A = \{-1, 0, 1, 2\}$; $B = \{-2, -1, 1, 2\}$; b) $A \setminus B = \{0\}$. **4.** $x = 7$; **5.** $\dfrac{3x+7}{x+4} = \dfrac{3(x+4)-5}{x+4} = 3 - \dfrac{5}{x+4} \Rightarrow A = \{-9, -5, -3, 1\}$; card$(B \setminus A) = 5$.

10. PROBLEME CARE SE REZOLVĂ CU AJUTORUL ECUAȚIILOR/INECUAȚIILOR ÎN $\mathbb{Z}$

Exersăm

1. –2, 0, 2. **2.** –4. **3.** Fie a: 4 = b; $a \in \{-3, -2, -1, 0, 1, 2, 3\}$. **4.** Numerele sunt 3 și –8. **5.** 8 și –4.

Fixăm

1. a) –4, –2, 0; b) 0. **2.** Fie a, b și c, cele trei numere întregi; atunci, $-5 < a + b + c < -1$, $3b = -a$, $c = b + 1$ tripletele de numere întregi care respectă condițiile problemei sunt: $a = -9$, $b = 3$, $c = 4$; $a = -12$, $b = 4$, $c = 5$ și $a = -15$, $b = 5$, $c = 6$. **3.** $a = 3$, $b = 4$, $c = -5$. **4.** 6 și –4. **5.** a) 24; b) 48; c) $b = 14$, $c = -10$.

Verificăm

1. –3, 1 și 4. **2.** a) $A = \{-7, -2, -1, 4\}$; $B = \{-2, -1, 0, 1, 2\}$; b) $A \cap B = \{-2, -1\}$. **3.** 3, 4 și –5. **4.** 5, –6 și 7. **5.** (1; –2), (9; 6).

11. MULȚIMEA NUMERELOR RAȚIONALE – REPREZENTAREA PE AXĂ A NUMERELOR RAȚIONALE

Exersăm

1. a) $A \cap \mathbb{N} = \left\{\dfrac{1}{0,(3)}; \dfrac{1}{0,125}; \dfrac{15}{5}; (-3)^2\right\}$; b) $A \cap \mathbb{Z} = \left\{-5; \dfrac{1}{0,(3)}; \dfrac{1}{0,125}; -\dfrac{21}{3}; \dfrac{15}{5}; (-3)^2\right\}$; c) $A \cap (\mathbb{Q} \setminus \mathbb{Z}) = \left\{-\dfrac{2}{5}; \dfrac{3}{7}; -\dfrac{5}{8}; -0,7; 0,(3)\right\}$. **2.** a) 0,8(3); b) 1,5(3); c) 6,08(3); d) 1,05. **3.** $\dfrac{10}{3}$ este în dreapta lui 1,7. **4.** a) $\dfrac{7}{20}$; b) $\dfrac{83}{30}$; c) $\dfrac{35}{9}$; d) $\dfrac{6973}{300}$. **5.** a) A; b) F; c) A; d) A; e) F.

Fixăm

1. (82 − 5) : 4 = 19 rest 1 $\Rightarrow$ a 82-a zecimală este 6; a 105-a zecimală este 5. **2.** a) periodică simplă; b) zecimală finită; c) periodică mixtă; d) zecimală finită. **3.** a) $A = \left\{-7, -6, -5, -\dfrac{18}{6}\right\}$; b) $B = \left\{\dfrac{2}{5}, 3, \dfrac{7}{3}, \dfrac{11}{4}, 17, \dfrac{9}{7}, \dfrac{14}{9}, \dfrac{27}{9}\right\}$. **4.** a) $n \in \{0, 2\}$; b) $n \in \{-7, -1, 0, 6\}$.

Verificăm

1. $x + y + z = 6$. **2.** $d = (2018! + 1; 2019! + 1) \Rightarrow \begin{cases} d \mid 2018! + 1 \\ d \mid 2019! + 1 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} d \mid 2019! + 2019 \\ d \mid 2019! + 1 \end{cases} \Rightarrow d \mid 2018 \Rightarrow d \in \{1; 2; 1009; 2018\}$; prin verificare, doar $d = 1$ convine, deci fracția este ireductibilă. **3.** $A = \dfrac{x+y+z}{9}$; dar $a + b + c =$