Florin Antohe
Marius Antonescu
Gheorghe Iacoviță

FIȘE DE LUCRU DIFERENȚIATE

ARITMETICĂ, ALGEBRĂ, GEOMETRIE

Clasa a V-a

Partea a II-a

Cartea Românească
EDUCAȚIONAL

Planificare calendaristică

An şcolar 2018 – 2019
Şcoala ....
Disciplina: Matematică
Clasa a V-a
Nr. săptămâni pe sem. II: 16; Total ore: 64
Profesor ....

Resp. comisie metodică
Director

Planificare calendaristică – Semestrul II

Unitatea de învăţare	Competenţe specifice	Conţinuturi	Nr. ore	Săptămâna
Fracţii ordinare	*CG2.2. Efectuarea de calcule cu fracţii folosind proprietăţi ale operaţiilor aritmetice* *CG3.2. Utilizarea de algoritmi pentru efectuarea operaţiilor cu fracţii ordinare sau zecimale* *CG4.2.Utilizarea limbajului specific fracţiilor/procentelor în situaţii date* *CG5.2. Analizarea unor situaţii date în care intervin fracţii pentru a estima sau pentru a verifica validitatea unor date* *CG6.2. Reprezentarea matematică, folosind fracţiile, a unei situaţii date, în context intra şi interdisciplinar (geografie, fizică, economie etc.)*	▪ Introducerea şi scoaterea întregilor dintr-o fracţie (FIŞA 1) ▪ Cel mai mare divizor comun a două numere naturale. Amplificarea şi simplificarea fracţiilor. Fracţii ireductibile (FIŞA 2) ▪ Cel mai mic multiplu comun a două numere naturale. Aducerea fracţiilor la un numitor comun (FIŞA 3) ▪ Probă de evaluare ▪ Adunarea şi scăderea fracţiilor ordinare (FIŞA 4) ▪ Înmulţirea fracţiilor ordinare (FIŞA 5) ▪ Puteri cu exponent natural ale fracţiilor ordinare (FIŞA 6) ▪ Împărţirea fracţiilor ordinare (FIŞA 7) ▪ Fracţii/procente dintr-un număr natural sau dintr-o fracţie ordinară (FIŞA 8) ▪ Probă de evaluare	1 2 2 2 2 2 2 2 1	S1 S1 S1 – S2 S2 S2 – S3 S3 S3 – S4 S4 S4
Fracţii zecimale	*CG1.2. Identificarea fracţiilor ordinare şi zecimale în contexte variate* *CG2.2. Efectuarea de calcule cu fracţii folosind proprietăţi ale operaţiilor aritmetice* *CG3.2. Utilizarea de algoritmi pentru efectuarea operaţiilor cu fracţii ordinare sau zecimale* *CG4.2. Utilizarea limbajului specific fracţiilor/procentelor în situaţii date* *CG5.2. Analizarea unor situaţii date în care intervin fracţii*	▪ Scrierea fracţiilor ordinare cu numitori puteri ale lui 10, sub formă de fracţii zecimale. Transformarea unei fracţii zecimale, cu un număr finit de zecimale nenule, într-o fracţie ordinară (FIŞA 9) ▪ Aproximări. Compararea, ordonarea şi reprezentarea pe axa numerelor a unor fracţii zecimale cu număr finit de zecimale nenule (FIŞA 10) ▪ Probă de evaluare ▪ Adunarea fracţiilor zecimale cu un număr finit de zecimale nenule (FIŞA 11)	2 2 1 2	S5 S5 S6 S6

	pentru a estima sau pentru a verifica validitatea unor date *CG6.2. Reprezentarea matematică, folosind fracţiile, a unei situaţii date, în context intra şi interdisciplinar (geografie, fizică, economie etc.)*	▪ Scăderea fracţiilor zecimale cu un număr finit de zecimale nenule (FIŞA 12) ▪ Înmulţirea fracţiilor zecimale cu un număr finit de zecimale nenule (FIŞA 13) ▪ Ridicarea la putere cu exponent număr natural a unei fracţii zecimale care are un număr finit de zecimale nenule (FIŞA 14) ▪ Probă de evaluare ▪ Împărţirea a două numere naturale cu rezultat fracţie zecimală Transformarea unei fracţii ordinare în fracţie zecimală. Periodicitate (FIŞA 15) ▪ Împărţirea unei fracţii zecimale cu un număr finit de zecimale nenule la un număr natural nenul; Împărţirea a două fracţii zecimale cu un număr finit de zecimale nenule (FIŞA 15) ▪ Număr raţional pozitiv, ordinea efectuării operaţiilor cu numere raţionale pozitive. Media aritmetică a două sau mai multor numere raţionale pozitive (FIŞA 16) ▪ Metode aritmetice pentru rezolvarea problemelor cu fracţii în care intervin şi unităţi de măsură pentru lungime, arie, volum, capacitate, masă, timp şi unităţi monetare (FIŞA 17) ▪ Probă de evaluare	2 2 1 1 3 2 2 2 1	S6 – S7 S7 S7 S8 S8 S9 S9 S10 S10
Elemente de organizare a datelor	*CG1.2. Identificarea fracţiilor ordinare şi zecimale în contexte variate* *CG4.2.Utilizarea limbajului specific fracţiilor/procentelor în situaţii date* *CG5.2. Analizarea unor situaţii date în care intervin fracţii pentru a estima sau pentru a verifica validitatea unor date* *CG6.2. Reprezentarea matematică, folosind fracţiile, a unei situaţii date, în context intra şi interdisciplinar (geografie, fizică, economie etc.).*	▪ Probleme de organizare a datelor, frecvenţă; date statistice organizate în tabele, grafice cu bare şi/sau cu linii; media unui set de date statistice (FIŞA 18)	2	S10 – S11
Elemente de geometrie	*CG1.3. Identificarea noţiunilor geometrice elementare şi a unităţilor de măsură în diferite contexte* *CG2.3. Utilizarea instrumentelor geometrice pentru a măsura sau pentru a construi configuraţii geometrice* *CG5.3. Interpretarea prin recunoaşterea elementelor,*	▪ Punct, dreaptă, plan, semiplan, semidreaptă, segment. Poziţiile relative ale unui punct faţă de o dreaptă. Puncte coliniare. Poziţiile relative a două drepte: drepte concurente, drepte paralele (FIŞA 19) ▪ Segment. Distanţa dintre două puncte, lungimea unui segment. Segmente congruente; Mijlocul unui segment. Simetricul unui punct faţă de	1 2 1	S11 S11 S12

	a măsurilor lor şi a relaţiilor dintre ele, a unei configuraţii geometrice dintr-o problemă dată *CG6.3. Analiza unor probleme practice care includ elemente de geometrie studiate, cu referire la unităţi de măsură şi la interpretarea rezultatelor*	un punct (FIŞA 20) ▪ Probă de evaluare	 1	 S12
Unghiuri	*CG2.3. Utilizarea instrumentelor geometrice pentru a măsura sau pentru a construi configuraţii geometrice* *CG5.3. Interpretarea prin recunoaşterea elementelor, a măsurilor lor şi a relaţiilor dintre ele, a unei configuraţii geometrice dintr-o problemă dată* *CG6.3. Analiza unor probleme practice care includ elemente de geometrie studiate, cu referire la unităţi de măsură şi la interpretarea rezultatelor*	▪ Unghi: definiţie, notaţii, elemente. Interiorul unui unghi, exteriorul unui unghi (FIŞA 21) ▪ Măsura unghiului. Unghiuri congruente. Clasificări de unghiuri (FIŞA 22) ▪ Calcule cu măsuri de unghiuri (FIŞA 23) ▪ Figuri congruente. Axa de simetrie (FIŞA 24)	1 1 1 1	S13 S13 S13 S13
Lucrare scrisă semestrială		▪ Pregătirea lucrării scrise ▪ Lucrare scrisă	1 1	S14 S14
Unităţi de măsură	*CG1.3. Identificarea noţiunilor geometrice elementare şi a unităţilor de măsură în diferite contexte* *CG2.3. Utilizarea instrumentelor geometrice pentru a măsura sau pentru a construi configuraţii geometrice* *CG3.3. Determinarea perimetrelor, a ariilor (pătrat, dreptunghi) şi a volumelor (cub, paralelipiped dreptunghic) şi exprimarea acestora în unităţi de măsură corespunzătoare* *CG5.3. Interpretarea prin recunoaşterea elementelor, a măsurilor lor şi a relaţiilor dintre ele, a unei configuraţii geometrice dintr-o problemă dată* *CG6.3. Analiza unor probleme practice care includ elemente de geometrie studiate, cu referire la unităţi de măsură şi la interpretarea rezultatelor*	▪ Unităţi de măsură pentru lungime. Transformări. Perimetre (FIŞA 25) ▪ Unităţi de măsură pentru arie. Transformări. Aria pătratului şi aria dreptunghiului (FIŞA 26) ▪ Unităţi de măsură pentru volum. Transformări. Volumul cubului şi volumul paralelipipedului dreptunghic (FIŞA 27) ▪ Probă de evaluare	2 2 2 1	S14 S15 S15 S16
Recapitularea şi consolidarea cunoştinţelor		▪ Exerciţii şi probleme recapitulative	3	S16

Fișe de lucru diferențiate, pe lecții

FIȘA DE LUCRU NR. 1

INTRODUCEREA ȘI SCOATEREA ÎNTREGILOR ÎN/DINTR-O FRACȚIE

Înțeleg!

Fie fracţia supraunitară $\frac{x}{y}$. Aplicând teorema împărţirii cu rest, rezultă $x = y \cdot z + r$, unde z este **câtul**, iar r este **restul** împărţirii lui x la y. Atunci: $\frac{x}{y} = \frac{y \cdot z + r}{y} = \frac{y \cdot z}{y} + \frac{r}{y} = z + \frac{r}{y}$.

Deci, $\frac{x}{y} = z + \frac{r}{y}$ (citim „z întregi şi $\frac{r}{y}$” şi notăm $z\frac{r}{y}$).

- Dacă scriem $\frac{x}{y} = z\frac{r}{y}$, spunem că **am scos întregii din fracţie;**
- Dacă scriem $z\frac{r}{y} = \frac{x}{y}$, spunem că **am introdus întregii în fracţie.**

Exemple:

1. $\frac{37}{5} = 7 + \frac{2}{5} = 7\frac{2}{5}$;

2. $4\frac{3}{5} = \frac{4 \cdot 5 + 3}{5} = \frac{20+3}{5} = \frac{23}{5}$.

Exersăm!

1. Scrie sub formă de întregi şi fracţii:

a) 4 întregi şi trei cincimi; **b)** 6 întregi şi trei pătrimi; **c)** 12 întregi şi patru şeptimi; **d)** 9 întregi şi cinci optimi; **e)** 7 întregi şi o doime; **f)** 15 întregi şi două treimi.

2. Scoate întregii din fracţiile:

a) $\frac{20}{12}$; **b)** $\frac{123}{17}$; **c)** $\frac{18}{5}$; **d)** $\frac{4327}{29}$; **e)** $\frac{635}{81}$.

3. Introdu întregii în fracţie:

a) $3\frac{1}{6}$; **b)** $8\frac{9}{48}$; **c)** $3\frac{2}{5}$; **d)** $17\frac{1}{15}$; **e)** $23\frac{4}{9}$.

4. Determină numărul natural n în fiecare dintre situaţiile:

a) $\frac{37}{6} = n\frac{1}{6}$; **b)** $\frac{n}{8} = 5\frac{7}{8}$; **c)** $\frac{42}{11} = 3\frac{n}{11}$; **d)** $\frac{48}{11} = n\frac{4}{11}$; **e)** $\frac{123}{25} = 4\frac{n}{25}$.

5. Compară, scoţând întregii din fracţii:

a) $\frac{23}{9}$ şi $\frac{54}{11}$; **b)** $\frac{15}{7}$ şi $\frac{19}{9}$; **c)** $\frac{21}{4}$ şi $\frac{17}{6}$; **d)** $\frac{42}{11}$ şi $\frac{11}{4}$.

Fixăm!

1. Scrie toate fracţiile de forma $\frac{5a+3}{3a-2}$, unde a este număr prim format dintr-o singură cifră.
Scoate apoi întregii din fiecare fracţie.

2. **a)** Scoate întregii din fracţia $\frac{13}{2x+1}$, $x \in \mathbb{N}^*$ (discuţie după x).

b) Determină $x \in \mathbb{N}$, astfel încât fracţia $\frac{\overline{3x7}}{48}$ să conţină exact 7 întregi.

3. Dacă $\frac{n}{10} = 2\frac{7}{10}$ şi $\frac{45}{8} = m\frac{5}{8}$, scoate întregii din fracţiile:

a) $\frac{n}{m}$; **b)** $\frac{n+13}{m+1}$; **c)** $\frac{n+3}{2m+4}$; **d)** $\frac{2n}{7m-5}$.

4. Scoate întregii din fiecare dintre următoarele fracţii, unde $a \in \mathbb{N}^*$:

a) $\frac{6a+7}{a+1}$; **b)** $\frac{8a+1}{a}$; **c)** $\frac{5a-1}{a}$; **d)** $\frac{7+4a}{a+3}$.

Încadrează apoi fiecare fracţie între două numere naturale consecutive.

5. **Activitate în echipă.** Determinaţi fracţiile supraunitare de forma $\frac{\overline{8x}}{\overline{y7}}$, ştiind că numărătorul $\overline{8x}$ este pătrat perfect, iar numitorul $\overline{y7}$ este număr prim. Scoateţi întregii din fiecare fracţie.

Verificăm!

1. Determină:

a) cel mai mic şi cel mai mare număr natural x, pentru care fracţia $\frac{x}{11}$ conţine exact 3 întregi;

b) câte numere naturale x au proprietatea că fracţia $\frac{3x+2}{11}$ conţine exact 10 întregi.

2. Ştiind că $n! = 1 \cdot 2 \cdot 3 \cdot ... \cdot n$, scoate întregii din următoarele fracţii:

a) $\frac{1+2+3+...+100}{2+4+6+...+50}$; **b)** $\frac{1+7+13+...+319}{2+5+8+...+164}$;

c) $\frac{2019!+1}{2019}$; **d)** $\frac{1+3+5+...+2019+1}{1010^2}$.

3. Ştiind că $n! = 1 \cdot 2 \cdot 3 \cdot ... \cdot n$, arată că:

a) $5!\frac{2}{7} < \frac{845}{7}$; **b)** $\frac{45!+44!+1}{46} = 44!\frac{1}{46}$.

(*MĂ AUTOAPRECIEZ:* ....) **(*NOTA PROFESORULUI:* ....)**

FIȘA DE LUCRU NR. 2

CEL MAI MARE DIVIZOR COMUN A DOUĂ NUMERE NATURALE. AMPLIFICAREA ȘI SIMPLIFICAREA FRACȚIILOR; FRACȚII IREDUCTIBILE

Înțeleg!

Cel mai mare divizor comun a două numere naturale a şi b este un număr natural d, care:
1) divide pe a şi pe b;
2) orice alt divizor comun al numerelor a şi b este şi divizor al lui d.
Cel mai mare divizor comun, prescurtat **c.m.m.d.c.**, a două numere naturale a şi b se notează cu (a, b).
Exemple: $(4, 12) = 4$, $(40, 50) = 10$, $(15, 20, 25) = 5$.
Putem identifica c.m.m.d.c. a două numere naturale, scriind toţi divizorii acestora.

A amplifica o fracţie $\frac{a}{b}$ cu un număr natural nenul n înseamnă a înmulţi şi numărătorul, şi numitorul fracţiei cu n. Prin amplificare, se obţine o **fracţie egală** cu cea dată.

Notăm: ${}^{n)}\frac{a}{b} = \frac{n \cdot a}{n \cdot b}$. **Exemplu:** ${}^{5)}\frac{3}{7} = \frac{5 \cdot 3}{5 \cdot 7} = \frac{15}{35}$.

A simplifica o fracţie $\frac{a}{b}$ cu un număr natural nenul n înseamnă a împărţi şi numărătorul, şi numitorul fracţiei la n. Prin simplificare, se obţine o **fracţie egală** cu cea dată.

Notăm: $\frac{a}{b}^{(n} = \frac{a:n}{b:n}$. **Exemplu:** $\frac{28}{42}^{(14} = \frac{28:14}{42:14} = \frac{2}{3}$.

O fracţie care nu mai poate fi simplificată se numeşte fracţie ireductibilă. Altfel spus, dacă cel mai mare divizor comun al numărătorului şi numitorului unei fracţii este 1, atunci fracţia este ireductibilă.

Exemple de fracţii ireductibile: $\frac{2}{3}; \frac{4}{9}; \frac{17}{8}; \frac{123}{5}; \frac{89}{7}$.

Exersăm!

1. Calculează c.m.m.d.c. al numerelor:
a) 42 şi 36; **b)** 40 şi 25; **c)** 72 şi 88; **d)** 108 şi 270; **e)** 432 şi 288.

2. Amplifică cu 5 următoarele fracţii: $\frac{2}{3}; \frac{6}{11}; \frac{x}{y}; \frac{2a}{5b}; \frac{a+2}{b+1}; \frac{x+y}{a+b}$.

3. Simplifică prin 3 următoarele fracţii: $\frac{12}{15}; \frac{18}{48}; \frac{3x}{9y}; \frac{15x+27y}{21a+33b}; \frac{4^2 \cdot 3}{3 \cdot 7}$.

4. Dă exemple de numere care au cel mai mare divizor comun egal cu:
a) 2; **b)** 6; **c)** 10; **d)** 14; **e)** 25.

5. Adu la formă ireductibilă următoarele fracţii:
a) $\frac{2^7 \cdot 3^2 \cdot 5^4}{2^7 \cdot 3^3 \cdot 5^2 \cdot 11}$; **b)** $\frac{5200}{18200}$; **c)** $\frac{1716}{4290}$; **d)** $\frac{34a+34b}{51a+51b}$.

Fixăm!

1. Află numărul natural y, astfel încât fiecare dintre următoarele egalităţi să fie adevărată:

a) $\frac{3}{5}=\frac{y}{10}$; **b)** $\frac{7}{y}=\frac{21}{15}$; **c)** $\frac{y+2}{y+7}=\frac{3y+6}{48}$.

2. Arată că următoarele fracţii sunt ireductibile, oricare ar fi $x \in \mathbb{N}$:

a) $\frac{7x+10}{5x+7}$; **b)** $\frac{4x+3}{6x+4}$.

3. Simplifică fracţiile:

a) $\frac{173173}{731731}$; **b)** $\frac{\overline{abc}+\overline{bca}+\overline{cab}}{\overline{xyz}+\overline{yzx}+\overline{zxy}}$; **c)** $\frac{\overline{xy0xy}}{38\,038}$.

4. Află numerele naturale y, pentru care următoarele fracţii sunt reductibile:

a) $\frac{y+4}{y+6}$; **b)** $\frac{4y+3}{7y+6}$.

5. **Activitate în echipă.** Aflaţi cea mai mare şi cea mai mică fracţie de forma $\frac{\overline{1a7b}}{\overline{c51d}}$, care se simplifică prin 36.

Verificăm!

1. Simplifică fracţia $\frac{\overline{3a3a3a3a}}{\overline{7a7a7a7a}}$ şi determină cifra a, astfel încât fracţia obţinută să fie ireductibilă.

2. Arată că fracţia $\frac{8^n+2^n-(3^n+7^n)}{9^n-4^n}$ se poate simplifica printr-un număr natural diferit de 0 sau 1, pentru orice $n \in \mathbb{N}^*$.

3. Adu la formă ireductibilă fracţia: $\frac{2\cdot3+4\cdot6+6\cdot9+...+2010\cdot3015}{3\cdot5+6\cdot10+9\cdot15+...+3015\cdot5025}$.

4. Arată că fracţia $F=\frac{4^k\cdot25^{k+2}-1}{2^{2k}\cdot25^k-1}$ este reductibilă pentru orice $k \in \mathbb{N}$.

5. Arată că fracţia $\frac{2\cdot2^2\cdot2^3\cdot...\cdot2^{2n}+7}{(4^n)^n\cdot2^n\cdot2+12}$, $n \in \mathbb{N}^*$, este ireductibilă.

6. Dacă $x \in \mathbb{N}^*$, simplifică:

a) $\frac{17^x+17^{x+1}}{7^x+7^{x+1}}$; **b)** $\frac{36\cdot6^x-2^{x+2}\cdot3^{x+1}-2^{x+1}\cdot3^{x+2}}{36\cdot6^x-6\cdot6^x-21\cdot6^x}$.

7. Determină numărul de fracţii ireductibile din mulţimea $A=\left\{\frac{1}{2015},\frac{2}{2015},...,\frac{2014}{2015}\right\}$.

(MĂ AUTOAPRECIEZ: ....) ***(NOTA PROFESORULUI: ....)***

FIȘA DE LUCRU NR. 3

CEL MAI MIC MULTIPLU COMUN A DOUĂ NUMERE NATURALE. ADUCEREA FRACȚIILOR LA UN NUMITOR COMUN

Înțeleg!

Cel mai mic multiplu comun a două numere naturale a şi b este un număr natural m, care:

1) este multiplu al lui a şi al lui b;

2) orice alt multiplu comun al numerelor a şi b este divizibil cu m.

Cel mai mic multiplu comun, prescurtat **c.m.m.m.c.**, a două numere naturale a şi b se notează cu $[a, b]$.

Exemple: $[4, 12] = 12$, $[40, 50] = 200$, $(15, 20, 25) = 300$.

Putem identifica c.m.m.m.c. a două numere naturale, scriind multiplii nenuli ai acestora până când găsim primul multiplu comun.

Pentru a aduce două sau mai multe fracţii la acelaşi numitor, se procedează astfel:

- se calculează cel mai mic multiplu comun, care va fi numitorul comun;
- se calculează câtul dintre numitorul comun şi numitorul fiecărei fracţii;
- se amplifică fiecare fracţie cu câtul corespunzător.

Exemple:

1. $\frac{7}{4}$ şi $\frac{2}{5}$ $\Rightarrow [4, 5] = 20; 20 : 4 = 5; 20 : 5 = 4$. Deci $^{5)}\frac{7}{4} = \frac{35}{20}$ şi $^{4)}\frac{2}{5} = \frac{8}{20}$.

2. $\frac{17}{30}$ şi $\frac{13}{45}$ $\Rightarrow [30, 45] = 90; 90 : 30 = 3$ şi $90 : 45 = 2$, deci $^{3)}\frac{17}{30} = \frac{51}{90}$; $^{2)}\frac{13}{45} = \frac{26}{90}$.

Exersăm!

1. Calculează c.m.m.m.c. al numerelor:

a) 10 şi 15; **b)** 30 şi 40; **c)** 27 şi 54; **d)** 28 şi 70; **e)** 112 şi 252.

2. Se consideră fracţiile: $\frac{7}{15}; \frac{5}{6}; \frac{4}{9}; \frac{9}{10}; \frac{11}{90}; \frac{7}{45}; \frac{9}{40}; \frac{25}{180}; \frac{17}{20}; \frac{23}{30}$. Amplifică fracţiile, astfel încât toate fracţiile rezultate să aibă numitorul 360.

3. Află cel mai mic numitor comun pentru fiecare pereche de fracţii:

a) $\frac{4}{5}$ şi $\frac{9}{8}$; **b)** $\frac{15}{16}$ şi $\frac{13}{24}$; **c)** $\frac{11}{18}$ şi $\frac{17}{63}$; **d)** $\frac{5}{11}$ şi $\frac{18}{55}$.

4. Dă exemple de perechi de numere, care au cel mai mic multiplu comun egal cu:

a) 8; **b)** 13; **c)** 24; **d)** 36; **e)** 45.

5. Adu fracţiile la cel mai mic numitor comun:

a) $\frac{12}{36}, \frac{7}{12}$; **b)** $\frac{8}{9}, \frac{3}{4}$; **c)** $\frac{25}{40}, \frac{3}{24}$; **d)** $\frac{36}{45}, \frac{12}{20}$.

Fixăm!

1. Ordonează descrescător următoarele fracţii, aducându-le mai întâi la acelaşi numitor:

a) $\frac{7}{5}, \frac{23}{15}, \frac{5}{3}, \frac{11}{6}$; **b)** $\frac{5}{12}, \frac{2}{3}, \frac{3}{4}, \frac{5}{6}$; **c)** $\frac{3}{5}, \frac{5}{4}, \frac{1}{2}, \frac{9}{10}$.

2. Se consideră fracţiile: $\frac{1}{36}; \frac{9}{28}; \frac{4}{56}; \frac{5}{42}$.

a) Află c.m.m.m.c. al numitorilor fracţiilor.

b) Adu fracţiile la cel mai mic numitor comun.

3. Determină $\overline{ab}$ în fiecare dintre următoarele situaţii:

a) $\left[\overline{a6}, \overline{2b}\right] = 112$; **b)** $\left[\overline{a25}, \overline{1b0}\right] = 450$; **c)** $\left[\overline{a5}, \overline{6b}\right] = 325$.

4. Compară următoarele fracţii, aducându-le mai întâi la acelaşi numitor:

a) $\frac{9}{2^2 \cdot 5}$ şi $\frac{13}{2^2 \cdot 11}$; **b)** $\frac{7}{3^2 \cdot 5}$ şi $\frac{11}{3 \cdot 5^2}$; **c)** $\frac{13}{3^2 \cdot 7 \cdot 11}$ şi $\frac{31}{3 \cdot 7^2 \cdot 11}$.

5. **Activitate în echipă.** Stabiliţi valoarea de adevăr a propoziţiilor:

a) [36, 64, 76] = 72; **b)** [144, 96, 196] = 588.

Verificăm!

1. Fie numerele $a = 2n + 5$ şi $b = 5n + 12$, $n \in \mathbb{N}$. Arată că $[a, b] = a \cdot b$, oricare ar fi $n \in \mathbb{N}$. (Prin $[a, b]$ s-a notat cel mai mic multiplu comun al numerelor a şi b.)

2. Compară fracţiile $f_1 = \frac{a + 125^{725}}{a + 625^{544}}$ şi $f_2 = \frac{b + 127^{1007}}{b + 343^{671}}$, cu a şi b numere naturale.

3. Calculează c.m.m.m.c. al numerelor: $81^{12} + 9^{24}$ şi $27^{15} + 3^{45}$.

4. Considerăm numerele naturale nenule a, b şi c.

a) Demonstrează că, dacă $(a, c) = (b, c)$ şi $[a, c] = [b, c]$, atunci $a = b$.

b) Arată că $(a, b) + [a, b] \geq a + b$, unde (a, b) = c.m.m.d.c. al numerelor a şi b, iar $[a, b]$ = c.m.m.m.c. al numerelor a şi b.

5. Fie $a = \frac{7}{2x + 3y}$, $b = \frac{2x + 3y}{3x + 1}$, $c = \frac{3x + 1}{7}$, $d = \frac{25}{(x + 2)^2 + (2y + 1)^2}$, unde $x, y \in \mathbb{N}^*$. Arată că a, b, c sunt simultan naturale, dacă şi numai dacă d este număr natural.

(***MĂ AUTOAPRECIEZ: ....***) (***NOTA PROFESORULUI: ....***)

FIȘA DE LUCRU NR. 4

ADUNAREA ȘI SCĂDEREA FRACȚIILOR ORDINARE

Înțeleg!

Adunarea şi scăderea fracţiilor cu acelaşi numitor

Pentru a aduna sau scădea două fracţii ordinare cu acelaşi numitor, se adună, respectiv se scad numărătorii şi se păstrează numitorul comun:

$$\frac{a}{n}+\frac{b}{n}=\frac{a+b}{n}, \text{ pentru orice } a, b \in \mathbb{N} \text{ şi } n \in \mathbb{N}^*;$$

$$\frac{a}{n}-\frac{b}{n}=\frac{a-b}{n}, \text{ pentru orice } a, b \in \mathbb{N}, \text{ cu } a \geq b \text{ şi } n \in \mathbb{N}^*.$$

Adunarea şi scăderea numerelor raţionale pozitive exprimate prin fracţii cu numitori diferiţi

Pentru a aduna sau scădea două fracţii ordinare care au numitorii diferiţi, se aduc mai întâi fracţiile la acelaşi numitor şi apoi se aplică regula de adunare, respectiv scădere de mai sus.

Exemplu: Pentru a calcula suma $\frac{7}{20}+\frac{4}{15}$, se procedează astfel:

- Determinăm numitorul comun al fracţiilor, care este [20, 15] = 60.
- Amplificăm fracţia $\frac{7}{20}$ cu câtul dintre 60 şi 20, şi anume cu 3, şi obţinem $^{3)}\frac{7}{20}=\frac{21}{60}$. Amplificăm şi fracţia $\frac{4}{15}$ cu câtul dintre 60 şi 15, şi anume cu 4, şi obţinem $^{4)}\frac{4}{15}=\frac{16}{60}$.
- **Suma** numerelor $\frac{7}{20}$ şi $\frac{4}{15}$ este $\frac{21}{60}+\frac{16}{60}=\frac{37}{60}$, iar, respectiv, **diferenţa** numerelor $\frac{7}{20}$ şi $\frac{4}{15}$ este $\frac{21}{60}-\frac{16}{60}=\frac{5}{60}=\frac{1}{12}$.

Observaţii:

1. Dacă fracţiile care se adună sau se scad nu sunt ireductibile, este preferabil să se simplifice până devin ireductibile şi apoi să se aducă la acelaşi numitor.

2. Rezultatul adunării sau scăderii trebuie, de asemenea, să fie exprimat printr-o fracţie ireductibilă.

3. Adunarea fracţiilor este asociativă, comutativă şi admite ca element neutru numărul 0.

4. Scăderea fracţiilor nu este nici asociativă, nici comutativă.

5. $\frac{1}{n\cdot(n+1)}=\frac{1}{n}-\frac{1}{n+1}$ şi $\frac{k}{n(n+k)}=\frac{1}{n}-\frac{1}{n+k}$.

Exersăm!

1. Calculează:

a) $\frac{1}{4}+\frac{5}{4}$; **b)** $\frac{3}{6}+\frac{14}{6}+\frac{13}{6}$; **c)** $\frac{13}{9}-\frac{7}{9}$; **d)** $\frac{35}{63}-\frac{14}{63}$; **e)** $\frac{3}{8}+\frac{5}{8}+\frac{7}{8}$.

2. Calculează:

a) $\frac{1}{9}+\frac{3}{7}$; **b)** $\frac{7}{20}-\frac{5}{18}$; **c)** $\frac{1}{4}+\frac{7}{24}+\frac{5}{8}$; **d)** $3-\frac{2}{5}$; **e)** $\frac{8}{13}-\frac{5}{39}$.

3. Calculează:

a) $4\frac{5}{6}-2\frac{1}{4}$; **b)** $5\frac{1}{4}+6\frac{1}{10}$; **c)** $6\frac{1}{4}+5\frac{2}{3}+1\frac{17}{24}$; **d)** $4\frac{1}{2}-1\frac{2}{3}$.

4. Calculează:

a) $\frac{5}{72}+\frac{3}{24}+\frac{7}{36}$; **b)** $3\frac{1}{3}+4\frac{1}{7}+\frac{2}{21}$; **c)** $\frac{1}{3}+\frac{5}{18}+\frac{2}{9}+\frac{4}{27}$; **d)** $3\frac{1}{5}+2\frac{1}{10}+\frac{9}{10}$.

5. Calculează:

a) $\frac{1}{4}+\frac{1}{4^2}+\frac{1}{4^3}+\frac{1}{4^4}+\frac{1}{4^5}+\frac{1}{4^6}$; **b)** $\frac{1}{2}+\frac{1}{4}+\frac{1}{8}+\frac{1}{16}+\frac{1}{32}+\frac{1}{64}+\frac{1}{128}$.

Fixăm!

1. Calculează:

a) $\left(43-37\frac{24}{35}\right)-\left(1\frac{11}{14}-\frac{2}{7}\right)$; **b)** $99\frac{11}{26}-\left(71\frac{3}{13}-23\frac{7}{26}\right)$.

2. Calculează:

a) $\frac{55}{77}-\frac{33}{88}$; **b)** $\frac{6666}{7777}-\frac{3333}{5555}$; **c)** $\frac{12121212}{17171717}-\frac{11111111}{19191919}$.

3. Calculează, grupând convenabil termenii:

a) $\frac{49}{100}+\frac{1}{10}+\frac{1}{100}+\frac{9}{10}$; **b)** $\frac{4}{25}+\frac{2}{15}+\frac{7}{12}+\frac{11}{100}+\frac{3}{50}+\frac{7}{60}$.

4. Un muncitor, lucrând singur, termină o lucrare în 24 de ore, altul, în 40 de ore, iar al treilea, în 15 ore.
a) Cât lucrează într-o oră fiecare muncitor?
b) Cât lucrează într-o oră cei trei muncitori împreună?
c) Calculează în câte ore termină lucrarea cei trei muncitori, lucrând împreună.

5. **Activitate în echipă.** Fie $a=\frac{1}{2}+\frac{1}{3}+\frac{1}{4}+...+\frac{1}{2019}$ şi $b=\frac{1}{2}+\frac{2}{3}+\frac{3}{4}+...+\frac{2018}{2019}$. Calculaţi $a+b$.

Verificăm!

1. Calculează:

a) $\frac{1}{1\cdot2}+\frac{1}{2\cdot3}+\frac{1}{3\cdot4}+...+\frac{1}{99\cdot100}$; **b)** $\frac{1}{30}+\frac{1}{42}+\frac{1}{56}+\frac{1}{72}...+\frac{1}{2652}$;

c) $\frac{2}{1\cdot3}+\frac{2}{3\cdot5}+\frac{2}{5\cdot7}+...+\frac{2}{97\cdot99}$; **d)** $\frac{3}{1\cdot4}+\frac{3}{4\cdot7}+\frac{3}{7\cdot10}+...+\frac{3}{100\cdot103}$.

2. Calculează $a=\frac{15}{13}+\frac{1515}{1313}+\frac{151515}{131313}+...+\frac{151515...15}{\underbrace{131313...13}_{\text{26 de cifre}}}$.

3. Arată că $1+\frac{1}{2^2}+\frac{1}{3^2}+...+\frac{1}{2012^2}<2$.

4. Dacă $\frac{2012}{a+1}+\frac{2012}{b+2}+\frac{2012}{c+3}=2013$, atunci calculează $\frac{a}{a+1}+\frac{b+1}{b+2}+\frac{c+2}{c+3}+\frac{2013}{2012}$, unde a, b, c sunt numere raţionale pozitive.

5. Verifică egalitatea $1-\frac{1}{2}+\frac{1}{3}-\frac{1}{4}+...+\frac{1}{39}-\frac{1}{40}=\frac{1}{21}+\frac{1}{22}+\frac{1}{23}+...+\frac{1}{40}$.

(***MĂ AUTOAPRECIEZ:*** ....) (***NOTA PROFESORULUI:*** ....)

Soluții

FIȘE DE LUCRU

1. INTRODUCEREA ŞI SCOATEREA ÎNTREGILOR ÎN/DINTR-O FRACŢIE

Exersăm

1. a) $4\frac{3}{5}$; b) $6\frac{3}{4}$; c) $12\frac{4}{7}$; d) $9\frac{5}{8}$; e) $7\frac{1}{2}$; f) $15\frac{2}{3}$. **2.** a) $1\frac{8}{12}$; b) $7\frac{4}{17}$; c) $3\frac{3}{5}$; d) $149\frac{6}{29}$; e) $7\frac{68}{81}$. **3.** a) $\frac{19}{6}$; b) $\frac{393}{48}$; c) $\frac{17}{5}$; d) $\frac{256}{15}$; e) $\frac{211}{9}$. **4.** a) 6; b) 47; c) 9; d) 4; e) 23. **5.** a) $2\frac{5}{9} < 4\frac{10}{11}$; b) $2\frac{1}{7} > 2\frac{1}{9}$; c) $5\frac{1}{4} > 2\frac{5}{6}$; d) $3\frac{9}{11} > 2\frac{3}{4}$.

Fixăm

1. $\frac{13}{4} = 3\frac{1}{4}$; $\frac{18}{7} = 2\frac{4}{7}$; $\frac{28}{13} = 2\frac{2}{13}$; $\frac{38}{19} = 2$. **2.** a) $x = 1 \Rightarrow \frac{13}{3} = 4\frac{1}{3}$; $x = 2 \Rightarrow \frac{13}{5} = 2\frac{3}{5}$; $x = 3 \Rightarrow \frac{13}{7} = 1\frac{6}{7}$; $x = 4 \Rightarrow \frac{13}{9} = 1\frac{4}{9}$; $x = 5 \Rightarrow \frac{13}{11} = 1\frac{2}{11}$; $x = 6 \Rightarrow \frac{13}{13} = 1$; $x \geq 7 \Rightarrow \frac{13}{2x+1} < 1$, deci fracţia nu conţine întregi; b) $7 < \frac{\overline{3x7}}{48} < 8 \Rightarrow 336 < \overline{3x7} < 384 \Rightarrow x$ ia valorile 3; 4; 5; 6; 7. **3.** $n = 27$; $m = 5$; a) $\frac{27}{5} = 5\frac{2}{5}$; b) $\frac{40}{6} = 6\frac{4}{6}$; c) $\frac{30}{14} = 2\frac{2}{14}$; d) $\frac{54}{30} = 1\frac{24}{30}$. **4.** a) $6 < 6\frac{1}{a+1} < 7$; b) $8 < 8\frac{1}{a} < 9$; c) $4 < 4\frac{a-1}{a} < 5$; d) $3 < 3\frac{a-2}{a+3} < 4$. **5.** $\frac{81}{17} = 4\frac{13}{17}$; $\frac{81}{37} = 2\frac{7}{37}$; $\frac{81}{47} = 1\frac{34}{47}$; $\frac{81}{67} = 1\frac{14}{67}$.

Verificăm

1. a) $3 < \frac{x}{11} < 4 \Rightarrow 33 < x < 44$, deci valoarea minimă a lui x este 34, iar valoarea maximă este 43; b) x poate fi 36, 37, 38, 39, deci 4 valori. **2.** a) $\frac{101}{13} = 7\frac{10}{13}$; b) $\frac{1728}{913} = 1\frac{815}{913}$; c) $\frac{2019!+1}{2019} = 2018!\frac{1}{2019}$; d) $1\frac{1}{1010^2}$. **3.** a) $5!\frac{2}{7} = 120\frac{2}{7} = \frac{842}{7} < \frac{845}{7}$; b) $\frac{45!+44!+1}{46} = \frac{44!(45+1)+1}{46} = 44!\frac{1}{46}$.

2. CEL MAI MARE DIVIZOR COMUN A DOUĂ NUMERE NATURALE. AMPLIFICAREA ŞI SIMPLIFICAREA FRACŢIILOR; FRACŢII IREDUCTIBILE

Exersăm

1. a) 6; b) 5; c) 8; d) 54; e) 144. **2.** $\frac{10}{15}; \frac{30}{55}; \frac{5x}{5y}; \frac{10a}{25b}; \frac{5a+10}{5b+5}; \frac{5x+5y}{5a+5b}$. **3.** $\frac{4}{5}; \frac{6}{16}; \frac{x}{3y}; \frac{5x+9y}{7a+11b}; \frac{4^2}{7}$. **4.** a) 4 şi 6; b) 12 şi 18; c) 50 şi 60; d) 42 şi 70; e) 75 şi 125. **5.** a) $\frac{5^2}{3 \cdot 11} = \frac{25}{33}$; b) $\frac{5800}{18200} = \frac{2}{7}$; c) $\frac{1716}{4290} = \frac{2}{5}$; d) $\frac{34a+34b}{51a+51b} = \frac{2a+2b}{3a+3b}$.

Fixăm

1. a) $y = 6$; b) $y = 5$; c) $y = 9$. **2.** a) $(7x + 10; 5x + 7) = d \Rightarrow d \mid 7x + 10$ şi $d \mid 5x + 7 \Rightarrow d \mid 5(7x + 10) - 7(5x +$

$+ 7) \Rightarrow d \mid 1$. Cum $d \in \mathbb{N}^* \Rightarrow d = 1 \Rightarrow (7x + 10; 5x + 7) = 1 \Rightarrow \frac{7x+10}{5x+7}$ este ireductibilă; b) $(4x + 3; 6x + 4) =$ $= d \Rightarrow d \mid 4x + 3$ şi $d \mid 6x + 4 \Rightarrow d \mid 3(4x + 3) - 2(6x + 4) \Rightarrow d \mid 1$. Cum $d \in \mathbb{N}^* \Rightarrow d = 1 \Rightarrow (4x + 3; 6x + 4) =$ $= 1 \Rightarrow \frac{4x+3}{6x+4}$ este ireductibilă. **3.** a) $\frac{173}{731}$; b) $\frac{a+b+c}{x+y+z}$; c) $\frac{\overline{xy}}{38}$. **4.** a) $d = (y + 4; y + 6) \Rightarrow d \mid y + 6$ şi $d \mid y + 4 \Rightarrow$ $\Rightarrow d \mid (y + 6 - y - 4) \Rightarrow \left.\begin{matrix} d \mid 2 \\ d \neq 1 \end{matrix}\right\} \Rightarrow d = 2 \Rightarrow y + 4 \,\vdots\, 2 \Rightarrow y = 2k, k \in \mathbb{N}$; b) $d = (4y + 3; 7y + 6) \Rightarrow d \mid 4y + 3$ şi $d \mid 7y + 6 \Rightarrow d \mid 4(7y + 6) - 7(4y + 3) \Rightarrow \left.\begin{matrix} d \mid 3 \\ d \neq 1 \end{matrix}\right\} \Rightarrow d = 3 \Rightarrow 4y + 3 \,\vdots\, 3 \Rightarrow n = 3k, k \in \mathbb{N}$. **5.** $\overline{1a7b} \,\vdots\, 36$ şi $\overline{c51d} \,\vdots\, 36$ etc.

Verificăm

1. $\frac{\overline{3a3a3a3a}}{\overline{7a7a7a7a}} = \frac{\overline{3a}}{\overline{7a}}$; $\frac{\overline{3a}}{\overline{7a}}$ este ireductibilă dacă a este 1; 3; 7; 9. **2.** $\frac{8^n + 2^n - (3^n + 7^n)}{9^n - 4^n} = \frac{(8^n - 3^n) - (7^n - 2^n)}{9^n - 4^n}$; cum $a^n - b^n = M_{(a-b)} \Rightarrow 8^n - 3^n = M_5$; $7^n - 2^n = M_5$; $9^n - 4^n = M_5$; deci fracţia se simplifică prin 5. **3.** $\frac{2 \cdot 3 \cdot (1^2 + 2^2 + 3^2 + ... + 1005^2)}{3 \cdot 5 \cdot (1^2 + 2^2 + 3^2 + ... + 1005^2)} = \frac{2}{5}$. **4.** $4^k \cdot 25^{k+2} - 1 = 10^{2k} \cdot 625 - 1 = 624\underbrace{999...99}_{2k}$; $2^{2k} \cdot 25^k - 1 = 100^k - 1 =$ $= \underbrace{999..99}_{2k}$; fracţia se simplifică prin 3, deci este ireductibilă. **5.** $\frac{2^{2n^2+n} + 7}{2^{2n^2+n+1} + 12}$; dacă $2^{2n^2+n} = x$, fracţia este egală cu $\frac{x+7}{2x+12}$; $d = (x + 7; 2x + 12) \Rightarrow d \mid x + 7$ şi $d \mid 2x + 12 \Rightarrow d \mid (2x + 14 - 2x - 12) \Rightarrow d \mid 2$, deci d poate fi 1 sau 2; dacă $d = 2 \Rightarrow 2 \mid x + 7$, contradicţie, deoarece $x + 7$ este număr impar, deci $d=1$ şi fracţia este ireductibilă. **6.** a) $\frac{17^x + 17^{x+1}}{7^x + 7^{x+1}} = \frac{17^x(1+17)}{7^x(1+7)} = \frac{17^x \cdot 18}{7^x \cdot 8} = \frac{17^x \cdot 9}{7^x \cdot 4}$; b) $\frac{36 \cdot 6^x - 2^{x+2} \cdot 3^{x+1} - 2^{x+1} \cdot 3^{x+2}}{36 \cdot 6^x - 6 \cdot 6^x - 21 \cdot 6^x} =$ $= \frac{36 \cdot 6^x - 2 \cdot 6^{x+1} - 3 \cdot 6^{x+1}}{6^x(36 - 6 - 21)} = \frac{6^x(36 - 12 - 18)}{6^x(36 - 6 - 21)} = \frac{6^x \cdot 6}{6^x \cdot 9} = \frac{6}{9} = \frac{2}{3}$. **7.** $2015 = 5 \cdot 13 \cdot 31$; $\varphi(n) =$ $= 2015 \cdot \left(1 - \frac{1}{5}\right) \cdot \left(1 - \frac{1}{13}\right) \cdot \left(1 - \frac{1}{31}\right) = 1440$; deci sunt 1440 de fracţii.

3. CEL MAI MIC MULTIPLU COMUN A DOUĂ NUMERE NATURALE. ADUCEREA FRACŢIILOR LA UN NUMITOR COMUN

Exersăm

1. a) 30; b) 120; c) 54; d) 140; e) 1008. **2.** $\frac{168}{360}; \frac{300}{360}; \frac{160}{360}; \frac{324}{360}; \frac{44}{360}; \frac{56}{360}; \frac{81}{360}; \frac{50}{360}; \frac{306}{360}; \frac{276}{360}$. **3.** a) 40; b) 48; c) 126; d) 55. **4.** a) 4 şi 8; b) 1 şi 13; c) 8 şi 12; d) 12 şi 18; e) 5 şi 9. **5.** a) $\frac{12}{36}, \frac{21}{36}$; b) $\frac{32}{36}, \frac{27}{36}$; c) $\frac{75}{120}, \frac{15}{120}$; d) $\frac{144}{180}, \frac{108}{180}$.

Fixăm

1. a) $\frac{55}{30} > \frac{50}{30} > \frac{46}{30} > \frac{42}{30}$; b) $\frac{10}{12} > \frac{9}{12} > \frac{8}{12} > \frac{5}{12}$; c) $\frac{25}{20} > \frac{18}{20} > \frac{12}{20} > \frac{12}{20}$. **2.** a) 504; b) $\frac{14}{504}; \frac{162}{504}; \frac{36}{504}; \frac{60}{504}$. **3.** a) 18; b) 25; c) 25. **4.** a) $\frac{99}{220} > \frac{65}{220}$; b) $\frac{35}{225} > \frac{33}{225}$; c) $\frac{91}{4851} < \frac{93}{4851}$. **5.** a) F; b) F.

Verificăm

1. Trebuie să arătăm că $(2n + 5, 5n + 12) = 1$, $\forall\, n \in \mathbb{N}$. Presupunem că există $d \in \mathbb{N}^*$, $d \neq 1$, astfel încât $d \mid 2n + 5$ şi $d \mid 5n + 12$. Atunci, $d \mid 1$, adică $d = 1$. Fals! Deci $[a, b] = a\cdot b$. **2.** $f_1 = \dfrac{a+125^{725}}{a+625^{544}} = \dfrac{a+5^{2175}}{a+5^{2176}} < 1$; $f_2 = \dfrac{b+121^{1007}}{b+343^{671}} = \dfrac{b+11^{2014}}{b+7^{2013}} > 1$. Rezultă că $f_1 < 1 < f_2$, adică $f_1 < f_2$. **3.** $2 \cdot 3^{48}$. **4.** a) $a \cdot c = (a, c) \cdot [a, c]$, iar $b \cdot c = (b, c) \cdot [b, c]$; din ipoteză rezultă că $a \cdot c = b \cdot c$, adică $a = b$; b) Fie $a \leq b$. Dacă $a \mid b \Rightarrow (a, b) = a$, $[a, b] = b$, adică $(a, b) + [a, b] = a + b$ (cazul de egalitate). Dacă însă $a > b$, atunci există $k \in \mathbb{N}$ astfel încât $[a, b] = b \cdot k$, $k \geq 2 \Rightarrow (a, b) + [a, b] \geq (a, b) + 2b > a + b$. **5.** Presupunem $a, b, c \in \mathbb{N}^*$. Avem $a \cdot b \cdot c = 1$ şi cum $a, b, c \in \mathbb{N}^* \Rightarrow a = b = c = 1 \Rightarrow x = 2, y = 1$ şi de aici $d = 1 \in \mathbb{N}$. Reciproc: presupunem $d \in \mathbb{N}$. Atunci, $(x + 2)^2 + (2y + 1)^2 \in \{1, 5, 25\} \Rightarrow x = 2, y = 1 \Rightarrow a = b = c = 1 \in \mathbb{N}^*$.

4. ADUNAREA ŞI SCĂDEREA FRACŢIILOR ORDINARE

Exersăm

1. a) $\frac{3}{2}$; b) 5; c) $\frac{2}{3}$; d) $\frac{21}{63}$; e) $\frac{15}{8}$. **2.** a) $\frac{34}{63}$; b) $\frac{13}{180}$; c) $\frac{7}{6}$; d) $\frac{13}{5}$; e) $\frac{19}{39}$. **3.** a) $\frac{31}{12}$; b) $\frac{227}{20}$; c) $\frac{157}{12}$; d) $\frac{17}{6}$. **4.** a) $\frac{7}{18}$; b) $\frac{53}{7}$; c) $\frac{53}{54}$; d) $\frac{31}{5}$. **5.** a) $\frac{1365}{4096}$; b) $\frac{127}{128}$.

Fixăm

1. a) $3\frac{57}{70}$; b) $51\frac{6}{13}$. **2.** a) $\frac{19}{56}$; b) $\frac{9}{35}$; c) $\frac{41}{323}$. **3.** a) $\frac{3}{2}$; b) $\frac{349}{300}$. **4.** a) $\frac{1}{24}$; $\frac{1}{40}$; $\frac{1}{15}$. b) $\frac{2}{15}$; c) 7 ore şi 30 de minute. **5.** 2018.

Verificăm

1. a) $\frac{1}{1}-\frac{1}{2}+\frac{1}{2}-\frac{1}{3}+\ldots+\frac{1}{99}-\frac{1}{100}=\frac{1}{1}-\frac{1}{100}=\frac{99}{100}$; b) $\frac{1}{5\cdot 6}+\frac{1}{6\cdot 7}+\ldots+\frac{1}{51\cdot 52}=\frac{1}{5}-\frac{1}{52}=\frac{47}{260}$; c) $\frac{98}{99}$; d) $\frac{102}{103}$. **2.** $a = 15$. **3.** $1+\frac{1}{2^2}+\frac{1}{3^2}+\ldots+\frac{1}{2012^2}<1+\frac{1}{1\cdot 2}+\frac{1}{2\cdot 3}+\ldots+\frac{1}{2011\cdot 2012}=2-\frac{1}{2012}<2$. **4.** $\frac{1}{a+1}+\frac{1}{b+2}+\frac{1}{c+3}=\frac{2013}{2012}$; $\frac{a}{a+1}+\frac{b+1}{b+2}+\frac{c+2}{c+3}=3-\frac{2013}{2012}+\frac{2013}{2012}=3$. **5.** Adunăm în ambii membri ai egalităţii suma $1+\frac{1}{2}+\frac{1}{3}+\ldots+\frac{1}{20}$ şi ţinem cont de faptul că $1-\frac{1}{2}=\frac{1}{2};\frac{1}{2}-\frac{1}{4}=\frac{1}{4},\ldots,\frac{1}{20}-\frac{1}{40}=\frac{1}{20}$.

5. ÎNMULŢIREA FRACŢIILOR ORDINARE

Exersăm

1. a) $\frac{9}{2}$; b) $\frac{28}{5}$; c) $\frac{7}{12}$; d) $\frac{9}{2}$; e) $\frac{7}{4}$. **2.** a) $\frac{6}{35}$; b) $\frac{11}{10}$; c) $\frac{3}{20}$; d) $\frac{34}{3}$; e) $\frac{5}{21}$. **3.** a) 1; b) $\frac{10}{21}$; c) $\frac{9}{5}$; d) $\frac{6}{5}$. **4.** a) $\frac{1}{5}$; b) $\frac{4}{35}$; c) $\frac{4}{35}$; d) $\frac{4}{35}$. **5.** a) $\frac{1}{42}$; b) $\frac{3}{115}$; c) $\frac{1}{4}$; d) $\frac{15}{11}$.

Fixăm

1. a) 3; b) 6. **2.** a) 1; b) $\frac{201}{2}$. **3.** $S-\frac{1}{3}S=1-\frac{1}{3^{101}}$; $S=\frac{1}{2}\left(3-\frac{1}{3^{100}}\right)$. **4.** $\frac{1}{2}<\frac{2}{3}$; $\frac{3}{4}<\frac{4}{5}$; etc. $\Rightarrow a < b$; prin înmulţire cu a şi $b \Rightarrow a^2 < ab < b^2$. **5.** a) $A = 1006$; $B = \frac{1}{2013}$; b) $A\cdot B=\frac{1006}{2013}<\frac{1}{2}$.

Verificăm

1. $A = 2018^2$. **2.** $\frac{1}{2}<\frac{2}{3}$; $\frac{3}{4}<\frac{4}{5}$; …, $\frac{99}{100}<\frac{100}{101}$ $\Rightarrow p^2 < \frac{1}{101}<\frac{1}{100}$ $\Rightarrow p < \frac{1}{10}$. **3.** $\frac{19}{28}$. **4.** a) Înmulţind fiecare